XXIV, 278 S. 5 Kupf.-Tfln.
(Tab S. 107-112 sind mitpag.)
Math koll.: mf
74
4228/2

Christian Wilhelm v. Jastin

Praktische
Feldmeßkunst
für
Land-Feldmesser,
oder
für diejenige, welche sich in der
Feldmeßkunst
selbst unterrichten wollen.

Neu umgearbeitet
[Johann] [Georg] von

J. G. Böbel,
Präceptor am Gymnasium zu Stuttgardt.

Mit 5 Kupfertafeln.

Vierte verbesserte und vermehrte Auflage.

Tübingen,
bey Jakob Friedrich Heerbrandt,
1809.

T 1974,730

Stadtbibliothek
Augsburg

Vorrede.

Da diese praktische Feldmeßkunst die Presse zum viertenmale verläßt, so habe ich sie, dem Wunsche der Verlagshandlung gemäß abermal sorgfältig durchgesehen, und die nöthigste Verbesserungen und Zusätze gemacht. Ich habe alles was mir undeutlich schien in eine bessere Deutlichkeit gestellt, und das Ueberflüßige weggeworfen, dieses traf vorzüglich die vier Rechnungsarten des Decimalmaaßes, und die Tabelle für die Quadratwurzeln. Dagegen habe ich, die für die praktische Feldmeßkunst eben so nöthige als nützliche Decimalrechnung erweitert, ihre Vortheile gezeigt, und mit dieser jene vier Rechnungsarten verbunden, weil da eigentlich ihr Ort ist. Daß ich die Wurzeltabelle aus dem Buche verbannt habe, wird schon deswegen nicht zu mißbilligen seyn, weil sie zu geometrischen Rechnungen weit nicht vollständig genug ist; überdieß bin ich überzeugt, daß es

für einen Anfänger viel nützlicher ist, und zur Erweiterung seiner Erkenntniß mehr beyträgt, wenn er das Wurzel-Extrahiren aus Gründen lernt, als wenn er sich mit einer unvollständigen Tabelle behilft. Um der systematischen Ordnung willen, und damit der Anfänger auch zugleich einsehe, was er zu wissen nöthig habe, wenn er sich der Feldmeßkunst widmen will, habe ich die hiezu nöthige Vorkenntnisse dem praktischen Theile vorangesetzt, die ganz gemeine Rechnungsarten ausgenommen. Dieses wird einigermaaßen meine vorgenommene Veränderungen entschuldigen. Anderntheils aber wächst unsere Erkenntniß täglich, wenn wir nur für ihr Wachsthum besorgt sind, und nicht alles, was wir gelernt haben, für unumstößliche Wahrheiten halten. Durch diese Sorge erlangen wir von einer Sache immer richtigere Begriffe, welches schon daraus erhellt, daß wenn man das, was man jezo weiß, besser als vor drey oder fünf Jahren wissen wird, und das was man damals eingesehen hat, besser, als vor zwanzig Jahren wird verstanden haben.

Die Einführung des neuen geometrischen Maaßes im Würtembergischen erforderte eine

eigene Abhandlung über die gegenseitige Verwandlung des alten und neuen Maaßes. Ich habe die nöthige Regeln dazu aus Gründen herzuleiten gesucht, und sowohl für das Längen- als auch für das Quadrat- und Körpermaaß, so viel es möglich war, durch einfache Formeln dargestellt, welche die Regeln in ein viel helleres Licht darstellen, als wenn ich sie bloß wörtlich hingeschrieben hätte. Hiebey kann man freylich einwenden: was nützen einen Feldmesser die algebraische Formeln, da vielleicht unter zehen kaum einer ist, der sie versteht! Ich antworte hierauf: wenn wir immer nur bey dem stehen bleiben wollen, was uns gerade ins Auge fällt, und was wir ohne Mühe sogleich einsehen, so kommen wir in unserer Erkenntniß nicht weiter und bleiben immer auf dem nemlichen Punkte stehen, auf dem unsere Vorfahren schon vor 50, und noch mehrern Jahren gestanden sind; wir würden die geometrischen Figuren noch eben so fehlerhaft ausmessen, als Jacob Köbel und der Pfarrherr zu Langeforch, welche in der Mitte des 16. Jahrhunderts gelebt, und gelehrt haben, daß der Inhalt eines gleichseitigen Dreyecks gefunden werde, wenn man die ganze Seite des-

desselben mit der halben multiplicire; und daß der Inhalt einer vierseitigen Figur gefunden wenn man die gegenüberstehende Seiten addire, und die Summen halbire und beyde Hälften mit einander multiplicire.*)

In diesem Zustande befand sich damals die practische Feldmeßkunst. Ohne Zweifel würden wir noch so verfahren wie Jacob Köbel und Consorten, wenn es nicht gelehrte Männer gegeben hätte, welche das Fehlerhafte getadelt, und für das richtigere Verfahren Regeln angegeben hätten; es war also den nachfolgenden Feldmessern möglich diese gegebene Regeln zu begreifen. Sollte es denn, da man seit einigen Jahren angefangen hat auch in den Landschulen die arithmetische und geometrische Aufklärung mehr zu verbreiten, unsern gegenwärtigen Feldmessern nicht möglich seyn, diese so leichte Buchstaben-Rechnung und die einfache Formeln einsehen zu lernen? Aber so lange die Lehrer der niedern Feldmeßkunst, den Neuangehenden nur bloße Handgriffe zeigen und dieselben nicht zu höheren Begriffen leiten, so wird für die gute

*) Siehe Kästners Geschichte der Mathematik. I. Band. p. 656 und 661.

gute Sache nicht viel gewonnen, die Formeln werden unverstanden bleiben und nie benutzt werden, und die handwerksmäßige Lehrart wird von dem einen auf den andern übergehen. Bey einer solchen Methode, wo blos Handgriffe gezeigt werden, kann von dem Lesen mathematischer Schriftsteller gar nicht die Rede seyn, weil bey vielen Feldmessern ihre Bibliothek aus dem von ihrem Meister geschriebenen Feldmeßbuch; aus einem Tobias Beutel, oder aus einem arithmetischen Tausendkünstler, und wenns hoch kommt noch aus Schmalzrieds Rechenbuch besteht. Aus einer solchen Bücher-Sammlung lassen sich nun freylich keine reine Begriffe von arithmetischen und geometrischen Größen und mathematischen Wahrheiten sammeln. Soll ein Feldmesser von seiner Kunst Rechenschaft geben können, so ist unumgänglich nothwendig, daß er die Arithmetik in ihrem ganzen Umfange gelernt habe, und daß, wenn er sie mit Nutzen gebrauchen will, die ersten Gründe der Buchstaben-Rechnung damit zu verbinden wisse; ferner, daß er in der Elementar-Geometrie so weit gekommen sey, daß er wenigstens die 6 ersten Bücher des Euclids verstehe und erklären könne. Das Ausmessen

messen und Vertheilen der Felder, wozu eigentlich gegenwärtiges Buch bestimmt ist, versteht sich von selbst. Mit diesem Vorrathe wissenschaftlicher Kenntnisse ausgerüstet, wird der Feldmesser demjenigen vorstehen können, wozu er bestimmt ist; ja er wird, wenn es ihm um die Erweiterung seiner Erkenntniß zu thun ist, noch den Nutzen haben, daß er ohne fremde Anleitung, den mathematischen Wahrheiten noch weiter wird nachforschen können, welche ihm immer mehr und mehr Vergnügen machen werden.

Soll aber der Unterricht in den ersten mathematischen Anfangsgründen von Nutzen seyn, so ist unumgänglich nothwendig, daß alles mechanische und handwerksmäßige im Unterricht, und das unaufhörliche Exempel, auf diese und wieder eine andere Manier auszurechnen, schlechterdings vermieden werde; dagegen sollte von jeder besondern Rechnungsart ein Beyspiel mehr als einmal nach einer gesunden Logik deutlich auseinander gesetzt werden, dadurch würde der Anfänger nach und nach daran gewöhnt, er würde nicht bloß Zahlen zu behandlen wissen, sondern er würde nach und nach zu einer richtigen

Kennt=

Kenntniß der Eigenschaften der Zahlen gelangen, und einsehen lernen, daß eine Sache so und nicht anders seyn müsse; ja die Vortheile, die man hernach bey einer etwaigen Rechnung anbringen kann, werden sich alsdann von selbsten darbieten.

Um nur ein Beyspiel zu geben, wie viel logische Schlüsse man bey einer arithmetischen Aufgabe durchzudenken habe, so will ich ein leichtes Exempel aus der Addition in ungenannten Zahlen nehmen, von welchem man hernach auf andere ähnliche Fälle schließen kann.

Man soll die Zahlen 436, 18 und 257 addiren.

1) Man kann nur Dinge von einerley Art addiren.

2) Alle Zahlen von einerley Ordnung, sind Dinge von einerley Art; nun sind die Zahlen 6, 8, 7 primitive Einheiten, also alle von einerley Ordnung, folglich können diese unter einander gesetzt und addirt werden.

3) Die Zahlen 3, 1, 5 gehören zur zweyten Ordnung und sind also Dinge von einerley

Art,

Art, folglich können auch diese unter einander gesetzt und addirt werden.

4) Die Zahlen 4, 2 gehören zur dritten Ordnung und sind abermal Dinge von einerley Art, folglich können auch diese zusammengesetzt und addirt werden.

5) Man muß also die Zahlen von einerley Art unter einander schreiben, so ist die Aufgabe zur Addition vorbereitet.

$$\begin{array}{r} 436 \\ 18 \\ 257 \\ \hline 711 \end{array}$$

6) Man addire die Zahlen der niedrigsten Ordnung 6; 8; 7, diese geben 21 primitive Einheiten; nun geben diese, zwey Einheiten der zweyten Ordnung, und eine Einheit der niedrigsten Ordnung, folglich müssen die zwey Einheiten der zweyten Ordnung zu den Zahlen der zweyten Ordnung also zu 5, 1, 3 gezählt, und die primitive Einheit unter die niedrigste Ordnung gesetzt werden.

7) Nun sind ferner die Zahlen 2; 5; 1; 3 zusammen 11 Einheiten der zweyten Ordnung, welche eine Einheit der zweyten, und eine Einheit der dritten Ordnung enthalten;

halten;

halten; die Einheit der dritten Ordnung muß demnach zu den Zahlen 2, 4 der dritten Ordnung gezählt, und die Einheit der zweyten Ordnung unter die Stelle der zweyten Ordnung gesetzt werden. Endlich sind

8) Die Zahlen 1; 4; 2 zusammen 7 Einheiten der dritten Ordnung, welche da keine weitere Ordnung vorhanden ist, und diese sieben Einheiten, keine Einheit der vierten Ordnung geben, so werden sie unter die Classe der dritten Ordnung gesetzt.

9) Da nun die gefundene Summe 7 Einheiten der dritten eine Einheit der zweyten und eine Einheit der niedrigsten Ordnung enthält, welches alle Einheiten der genannten Ordnung der Aufgabe sind, so ist demnach 711 die Summe der gegebenen Zahlen.

Ein anderes Beyspiel aus der Geometrie sey dieses:

Man soll den Inhalt eines schiefen Parallelograms finden.

Hier

Hier muß man so schließen:

1) Alle Parallelogramme von gleichen Grundlinien und von einerley Höhen sind einander gleich.

2) Der Inhalt eines Rektangels ist dem Produkt aus der Grundlinie in die Höhe gleich.

3) Man verlängere also (Fig. 23. Tab. II.) AB bis F, und ziehe EF auf AF senkrecht und die DC mit EF parallel, so ist DCEF ein Rektangel.

4) Nun hat das Rektangel DCEF die Grundlinie DE und die Höhe DC = EF mit dem schiefen Parallelogramm ABED gemein, folglich sind sie auch, weil sie einerley Grundlinie und Höhe haben, einander gleich.

5) Es ist aber der Inhalt des Rektangels dem Produkt aus DE x EF gleich; und weil DE = AB so ist auch der Inhalt des Rektangels dem Produkt aus DE x AB gleich,

6) Nun ist das Rektangel dem schiefen Parallelogramm gleich, folglich ist auch der

In-

Inhalt des schiefen Parallelogramms dem Produkt aus DE x AB gleich.

7) Demnach, wenn man die Grundlinie AB und die Höhe DC mißt, und das gefundene Maaß ineinander multiplicirt, so ist das Produkt der Inhalt des schiefen Parallelograms.

Durch so viele Schlüsse müssen sich demnach unsere Gedanken bey einer Aufgabe durcharbeiten, und da sie von einer Wahrheit zu einer andern übergehen, so sieht man leicht ein, daß, da wir auf diese Art alle Dinge in der Aufgabe Schritt vor Schritt durchschauen, wir nicht nur die Aufgabe in der größten Klarheit einsehen, sondern daß sie auch zugleich ein Mittel ist, wodurch wir unsern Verstand ungemein schärfen können.

Wenn demnach der Lehrer nach dieser Methode einen Anfänger bildet, und mit solchen Schlüssen an leichten Beyspielen den Anfang macht, sie oft wiederholt, so wird derselbe nach und nach an das vernünftige Denken gewöhnt, und der Verstand immer mehr erweitert, welches in der That von weit größerem Nutzen

seyn

seyn wird, als wenn er denselben Aufgaben zu Dutzenden nach der gewöhnlicheü Handwerks-Methode ausfertigen ließ.

Weil das geometrische Maaß zehentheilig ist, so ist nothwendig, daß man den Anfänger in der Decimalrechnung gründlich unterrichte. Aus eben dieser Ursache habe ich die Rechnung mit Decimalzahlen deutlicher auseinander zu setzen gesucht, und man wird nicht selten Beyspiele finden, in welchen die Decimalrechnung nicht angebracht worden wäre, diese findeu sich vorzüglich in der Reduction der Maaße. Der Grund davon ist einleuchtend. Daß diese Rechnungsart nicht so angewandt wird, wie sie doch angewandt werden sollte, liegt die Ursache offenbar darin, daß man sie in den gewöhnlichen Rechenbüchern, welche doch die eigentliche Lehrbücher der Anfänger sind, gar nicht vorträgt, oder doch so kurz abfertigt, als ob sie bloß eine überflüßige Nebensache wäre, von welcher man aus Noth um der Ordnung willen nur en passant etwas sagen müsse. Das bey den Rechenmeistern so allgemein beliebte praktische Rechenbuch, von Schmalzried, hat in kurzer Zeit die 6te Auflage erlebt, und erst

bey

bey dieser kam man auf den Gedanken, auch die Decimalrechnung darinn aufzunehmen, welche aber noch sehr unvollständig auf ein paar Seiten vorgetragen ist. Weil die ersten mathematischen Wahrheiten von so großer Wichtigkeit sind, so sollten sie in solchen Bücheru, welche sich wie der Kalender fast in jedermanns Händen befinden, weit mehr ausgebreitet werden als man gewöhnlich zu thun pflegt, und dagegen die unzählige praktische Beyspiele vermindern. Gesetzt auch, daß unter zehen, diese Wahrheiten nur bey vier Eingang finden, so ist der Gewinn für die gute Sache schon groß, und wird gewiß in der Folge immer noch größer werden, weil ein einziges ausgestreutes Samenkorn oft 20 und 30 fältige Frucht bringt. Zu dieser Absicht wird es nicht unnütz seyn, wenn ich hier mehrere Bücher anzeige, aus welchen die Feldmeß-Liebhaber ihre Kenntnisse bey mittelmäßigem Fleiße noch mehr erweitern können. Ein lehrreiches Buch für die praktische Rechenkunst ist: Faßliche und auf deutliche Entwickelung der Grundbegriffe gebaute Anleitung zur Rechenkunst, von Joh. Jac. Kinzelbach, Stuttg.

bey Löfflund. Dieses Buch, sehr weniges ausgenommen, ist eine Sammlung von Vorlesungen über die Arithmetik, welche der verdienstvolle und im Jahr 1790 verstorbene Porf. Gym. Rösler in den Jahrgängen von 1775 bis 1780 theils privatim, theils öffentlich gehalten hat. Mehrere seiner damaligen Zuhörer hatten sie gesammelt; ich selbst habe noch eine große Sammlung sorgfältig zusammen geschrieben, welche ich meistentheils aus den Händen des verdienstvollen Mannes selbst erhalten habe, ich habe sie noch und kann also das Gedruckte mit meiner Sammlung vergleichen. Also hat Kinzelbach bey diesem Buche kein anderes Verdienst, als daß er diese Sammlung irgendwo zu bekommen suchte, sie aber an vielen Stellen fehlerhaft abschrieb, und die Arbeit eines Andern zum Drucke beförderte. Ich bemerke dieses Buch deswegen, weil so vieler Dinge darinnen erwähnt werden, die man in der Mathematik zu wissen nöthig hat; aber die Art Brüche zu addiren und zu subtrahiren möchte nicht immer die bequemste und lehrreichste seyn. Ein sehr empfehlendes Rechenbuch ist: Lehrbuch der Arithmetik zum Gebrauche beym

eige-

eigenen und fremden Unterrichte, von M. Joh. Carl Friedr. Hauff. In diesem Buche sind die Begriffe vom Rechnen sehr deutlich entwickelt, auch ist die Decimalrechnung weit vollständiger abgehandelt, als in den bereits genannten Rechenbüchern. Fortsetzung der Rechenkunst, von Abrah. Gotth. Kästner. Für die Arithmetik, Algebra und Geometrie sind sehr brauchbar: Heinr. Wilh. Clemms, Anfangsgründe aller math. Wissenschaften. Joh. Fried. Lorenz Elemente der Mathem. Ebendesselben Grundriß, oder erster Cursus der reinen Mathem. oder der arithm. und geometr. Wissensch. Leonh. Eulers Auszug zur Algebra, 2 Th. Für die Elementar-Geometrie: Euclids Elemente 15 Bücher, von Joh. Fr. Lorenz. Für die prakt. Geometrie: Gründl. Unterricht der prakt. Geometrie, von Joh. Tob. Maier, 4 Theile. Zum Zeichnen der ersten geometr. Figuren findet man das Nöthigste in meiner Vorbereitung zur Geometrie, Stuttg. bey Metzler. Zum Zeichnen der Gegenden, der Situationen und Karten haben Jäck und Joh. Fr. Schienert in Berlin vor-

trefliche Muster geliefert. Endlich noch: Georg Vega's logarithmisch-trigometrisches Handbuch; und Joh. Carl Schulze, kurze Anleitung zur ebenen Dreyeck-Meßkunst, nebst nöthigen Tabellen für die, welche diese Wissenschaft auf die Feldmeßkunst anwenden wollen.

Dieser kleine Vorrath von mathematischen Büchern ist hinreichend für den praktischen Feldmesser; ich habe diese Bücher aus dieser Ursache angegeben, weil viele sich oft gerne die nöthige Bücher anschaffen möchten, aber nicht wissen, welche für sie tauglich sind.

Zur gegenseitigen Verwandlung des alten und neuen geometrischen, sowohl des Längen- Quadrat- als auch des Kubicmaaßes, habe ich noch 6 besondere Tabellen berechnet, welche darzu dienen, daß man sogleich darinnen nachsehen kann, wie viel alte Ruthen, Schuhe, Zolle rc. dergleichen nach dem neuen Maaße machen, ohne eine besondere weitläuftige Rechnung deswegen zu führen.

Geschrieben in Stuttgardt
im Monate August 1808.

Der Verfasser.

Inhalts=Verzeichniß.

Vorläufige Erklärungen . . . §. 1
Von den Instrumenten zum Feldmessen §. 3
Vom Längenmaaß . . . . §. 5
Nach der neuen Verordnung soll 1 neue Ruthe 10 alte Würt. Fuß halten §. 5
Wie man die Theile der Ruthe, der Fuße ꝛc. bezeichne . . . . . §. 6
Die Decimal-Rechnung . . . §. 9
Wie nothwendig und nützlich die Decimal-Rechnung nicht nur beym Feldmessen, sondern auch in allen Rechnungs-Geschäften sey . . . . . §. 9
Was ein Decimal-Bruch sey . . §. 15
Die Nenner der Decimal-Brüche werden gar nicht angeschrieben, und die Zähler wie ganze Zahlen behandelt. Wie man bey jeder Decimalzahl den Nenner sogleich angeben könne . §. 18—21
Wie man die Decimal-Brüche lesen und schreiben müsse . . . §. 22 u. 23
Ein Decimal-Bruch wird weder vermehrt noch vermindert, man mag so viel Nullen an denselben setzen oder wegnehmen als man will . . §. 24 u. 25
Das Addiren der Dec. Brüche . §. 27
Die Schuhe, Zolle, Linien sind Decimal-Brüche der Ruthe, und werden im Addiren als solche behandelt . §. 29
Eben dieses findet auch bey dem Quadrat- und Kubicmaaß statt . . §. 30 u. 32

Das

Das Subtrahiren der Dec. Brüche . §. 33
Beyspiele des Längen- Flächen- und Körpermaaßes . . . §. 35 u. 36
Das Multipliciren der Dec. Brüche §. 38
Das Dividiren der Dec. Brüche . §. 44
Von der Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in einen Dec. Bruch §. 52
Von dem Extrahiren der Quadrat- und Kubicwurzel . . . . §. 54
Von den Quadratzahlen u. ihren Wurzeln §. 55
Wie eine jede ganze Zahl ins Quadrat erhoben werden müsse . . §. 56
Wie ein Bruch zu quadriren sey . §. 57
Das Ausziehen der Quadratwurzel aus Rationalzahlen . . . §. 60
Die Extraction der Quadratwurzel aus Irrationalzahlen . . . §. 61
Die Extraction aus Brüchen . . §. 63
Von der Probe, ob man richtig extrahirt habe . . . . . §. 65
Von den Kubiczahlen und dem Extrahiren der Kubicwurzel . . . §. 66
Wie die ganze Zahlen und Brüche in den Kubum zu erheben seyen . . §. 68 u. 69
Von den rationalen und irrationalen Kubiczahlen . . . . . . §. 71
Das Extrahiren der Kubicwurzel aus ganzen Zahlen . . . §. 72
— — aus Irrationalzahlen §. 74
— — aus Brüchen . . §. 75
Was man bey der Probe zu merken habe §. 78
Die Reduction der geometr. Maaße §. 79
Eintheilung des alten und neuen Würtembergischen Maaßes . . . §. 84
Reduction des Alt-Würtemb. Maaßes in das Neue und zwar der Ruthen §. 86
Das umgekehrte Verfahren . . §. 90

Die

Die zu dieser Reduction nöthige Beyspiele §. 93—96
Der alte und neue Würt. Fuß ist keiner Reduction fähig . . . §. 97
Reduction der alten in die neue Zolle und der neuen in die alten . §. 98—102
Die hiezu nöthigen Beyspiele . . §. 103. 104
Reduction des Linienmaaßes nebst Beyspielen . . . . . §. 105. 110
Reduction des Tertien- oder Scrupel-Maaßes . . . . §. 111. 115
Kurze Uebersicht der Formeln, welche zur gegenseit. Verwandlung der Maaße sehr nützlich sind . . . §. 118
Anwendung dieser Formeln auf zusammen gesetzte Aufgaben . . §. 119. 121
Einige Aufgaben nach Logar. berechnet §. 124. 125
Von der Reduction des Quadratmaaßes §. 126
Eintheilung der Alt- und Neu-Würt. Quadratruthe . . . §. 126. 127
Wirkliche Verwandlung dieser Ruthen §. 128. 129
Beyspiele davon . . . . §. 132—134
Bey dem alten und neuen Quadratfuß findet keine Reduction statt . §. 135
Reduction des Quadrat-Zollmaaßes §. 136. 138
Nöthige Beyspiele . . . §. 139. 140
Reduction des Linien-Quadratmaaßes §. 141. 144
Nöthige Beyspiele . . . . . §. 145. 146
Kurze Uebersicht der für diese Reduction gefundenen Formeln . . §. 147
Anwendung dieser Formeln auf zusammen gesetzte Aufgaben . . §. 148—149
Von der Reduction der Kubicmaaße und der Eintheilung der alten und neuen Kubicruthe . . . . . §. 150. 151
Darstellung dieser Reduction durch Formeln . . . . . §. 152.—155
Anwendung dieser Formeln . . §. 156—157

Zwischen dem alten und neuen Kubicfuß findet keine Reduction statt . §. 158
Reduction des Zoll-Kubicmaaßes . §. 159—161
— — des Linien-Kubicmaaßes §. 165—171
Kurze Uebersicht der für das Kubicmaaß gefundenen Formeln . . §. 172
6 Tabellen zur gegenseitigen Verwandlung der Längen- Flächen- wie auch der Kubischen Maaße . §. 175
Erläuterung u. Gebrauch dieser Tabellen §. 176. 181
Von der Reduction der ausländischen Maaße in das Inländische . §. 182
Tabelle zur Vergleichung der Maaße §. 183
Beyspiele von einigen Fußmaaßen §. 184. 187
Allgemeine Erklärung der Linien, der Winkel, und der Figuren . §. 188—195
Wie eine gerade Linie auf dem Felde zu ziehen sey . . . . §. 196
Wie Perpendikular-Linien, Parallel-Linien auf dem Felde zu ziehen, und wie eine gerade Linie mit der Stange gemessen werde . §. 197—199
Messung einer geraden Linie mit der Kette, Gebrauch und Behandlung der Kette . . . . . §. 200
Eine Linie horizontal zu messen . §. 202
Eine Linie in 2 gleiche Theile zu theilen §. 204
Von dem Maaß in der Planimetrie . §. 205
Das größte Feldmaaß was es sey . §. 207
Das Ausmessen u. Berechn. der Felder §. 209—215
Den Inhalt aus den Seiten eines Dreyecks zu finden nach der Feldmessers Regel . . . . . . §. 216
Nach der Formel: $\sqrt{S (S-a) (S-b) (S-c)}$ . . . . . . §. 217
Irrthum, in welchen unwissende Feldmesser leicht fallen. In der Anm. §. 227

Den

Den Inhalt einer cirkelrunden Fläche zu finden . . . . . §. 234
Von dem Ausmessen der Linien und Felder mit Schritten . . §. 235
Von der Theilung der Fig. und Felder §. 238
Eine Jäger-Aufgabe . . §. 251
Von einigen Vortheilen, die man bey der Felder-Theilung anwenden kann §. 252
Die Theilung der Triangel . §. 258
Etwas aus der Stereometrie, und zwar von dem Körpermaaß, von der Eintheilung der neuen Kubicruthe §. 263
Vom Ausrechnen einiger Körper und parallelepipedischer Räume . §. 265—268
Das Gemäuer in den Stockwerken der Häuser zu berechnen . . §. 270
Berechnung des Holzgehalts eines Baumstamms nach der forstwissenschaftl. Regel und nach der Formel $\frac{\pi h}{3}(R^2+Rr+r^2)$. Die Unrichtigkeit der forstwissenschaftlichen Regel §. 273
Berechnung des Holzgehaltes nach Klafter . . . . . §. 275
Für wie viel Klafter Scheiterholz ein Baumstamm zu rechnen sey . §. 275—276
Wie viel die Holzmasse bey einem franz. Dreydeck-Schiff Klafter betragen. Anmerk. . . . §. 276
Einen Cylinder auszumessen . . §. 277
Die Ausmessung eines Kegels und einer Pyramide . . . §. 279
Von der Berechnung des körperlichen Inhalts einer Kugel u. ihrer Oberfläche §. 281
Etwas vom Faß-Visiren . §. 283
Einen Maaßstab zu verfertigen, womit parallelepipedenförmige Gefäße gemessen,

messen, und nach Würtemb. Aimer berechnet werden können . §. 285—286
Einen Maaßstab zu verfertigen, womit Fruchtbehälter und andere parallelepipedenförmige Gefäße gemessen u. auf Würt. Scheffel berechnet werden können . . . §. 287
Einen Maaßstab zu verfertigen, womit Cylindr. Gefäße nach Aimer, Jmi u. Maaß können ausgemess. werden §. 288
Gebrauch dieses Maaßstabes . §. 290
Wie viel die größte zinnerne und größte hölzerne Orgelpfeife in der Stiftskirche zu Stuttgardt, Würt. Aimer halte, nach diesem Maaßst. berechn. §. 291—292
Beschreibung eines einfachen und wohlfeilen Meßtisches u. dessen Gebrauch §. 294. 296
Die Breite eines Flusses mit der Winkelscheibe zu messen . . §. 301
Vom Höhen Messen . . §. 305
Eine Höhe aus ihrem Schatten zu messen §. 308
Vom Aufnehmen der Gegenden . §. 311
Was man bey Verfertigung eines Gener. Risses von einer aufgenommenen Gegend in Absicht auf seine Eintheilung in Gewandte, Wälder, Wiesen rc. zu beobachten habe, wie man sie mit Farben unterscheiden müsse, ingleichen wie man die vier Welt-Gegenden finden könne rc. . §. 317

Prak-

Praktische Geometrie.

Vorläufige Erklärungen.

§. 1.

Das praktische Feldmessen ist eine Kunst, welche lehret, wie man alle vorkommende Felder ordentlich ausmessen und austheilen solle, daß sowohl dieser als jener Besizer eines solchen Stük Feldes, seinen gehörigen Theil bekomme; es ist also dem Landmann ein nothwendiges Stük bey seiner Oekonomie. Diese Kunst ist nicht nur von den alten sehr hoch gehalten, sondern ist auch noch bis gegenwärtig ein nothwendiges Stük verblieben, immer weiter getrieben, und in Aufnahme gebracht worden.

§. 2. Die ersten Anfänge des Feldmessens muß man bey den Egyptern suchen, welche durch die jährliche Ueberschwemmung des Nil-Flusses genöthiget wurden, die Felder wieder von neuem abzumessen und einzutheilen.

Von den Instrumenten,

welche man beym praktischen Feldmessen nöthig hat.

§. 3. Die Anzahl der Instrumente, welche ein Feldmesser nöthig hat, ist gering.

I. Die **Meßruthe.** Sie ist eine lange, runde Stange von Tannenholz, weil dieses Holz am wenigsten krumm wird, in der Länge nach dem einmal von der Obrigkeit angeordneten und gebräuchlichen Maase. Gemeiniglich theilt man die Ruthe in 10 gleiche Theile, welche Decimal-Schuh genennt werden; der Schuh wird wieder in 10 gleiche Theile getheilt, welche Decimal-Zolle sind, und ein jeder Zoll wieder in 10 Decimal-Linien.

Gut ists, wenn sich ein Feldmesser zwey dergleichen Meßstangen anschaft, damit, wenn im Messen die eine liegt, die andere wieder daran gestossen werden könne. Weil sich aber die Stangen durch vielen Gebrauch abstossen, daß sie kürzer werden, so ist es gut, wenn sie an den Enden mit Messing oder Eisen beschlagen werden.

II. Die **Meßketten** sind von starkem Drat, ungefähr in der Dike eines mittelmäßigen Federkiels, ein jedes Gelenk derselben ist Einen Schuh lang, und werden mit kleinen Ringen zusammen gehängt, welche auch zugleich die Abtheilung der Schuhe vorstellen. Fig. I. Tab. I. stellt ein Stük von einer Meßkette vor. Man kann auf diese Art 3. 4. bis 5 Ruthen aneinander

der hängen, und erhält dadurch den Vortheil, daß man mit Messung einer Linie bald fertig, aber wenigstens drey Personen beym Messen gegenwärtig seyn müssen, die eine an diesem — die andere an dem andern Ende, und die dritte in der Mitte, um die Gelenke, wenn sie in Unordnung sind, zurecht zu bringen.

III. Die **Meß-Schnüre**, sind gezwirnte Saile in Leinöl gesotten, und mit Wachs bestrichen. Die Abtheilung der Schuhe, Zolle rc. geschiehet nach dem decimal Maas, und an dem Ende eines Schuhes wird ein zarter Drat, oder rothe, auch anders gefärbte Fleken von Tuch angebunden. Auch diese können 4—6 bis 8 Ruthen lang seyn.

Anmerkung.

Die Schnüre werden kürzer, wenn sie naß werden, und länger, wenn sie troken sind, wiewohl diesem durch das Oelsieden meistens begegnet wird; aber das ist eben nicht zu verhüten, daß sie nicht bald stärker, bald schwächer angezogen werden. Die Ketten sind schwer, verwikeln sich leicht, und wenn der Boden nicht eben, so senken sie sich in die Tieffungen, daß sie nicht stark genug angezogen werden können. Dahero wohl die Stangen vorzuziehen, wenn man recht mit umgeht, ob es wohl etwas langsamer damit zu gehen scheint.

IV. Die Winkel-Scheibe. Sie ist ein von schönem hartem Holz abgedrehtes Stück, in der Gestalt einer Scheibe, nur daß sie auch zugleich eine Dike hat. Fig. 2. Tab. 1. stellt eine solche Winkel-Scheibe vor. Der Diameter derselben kann 4, 6 bis 8 Zoll seyn; in derselben sind 2 Diameter AC und BD accurat rechtwinkelicht mit einer feinen Säge eingeschnitten. Die Sägenschnitte, welche einander rechtwinkelicht durchkreuzen, dienen statt zweyer Absehen, um auf dem Feld rechte Winkel damit abzustecken. Der Fuß E ist ebenfalls ein wohl abgedrehter runder Stab, der unten mit einem spizigen Eisen beschlagen, damit das Instrument bequem in die Erde eingestekt werden kann.

Anmerkung.

Es ist öfters nöthig, daß ein halbrechter Winkel d. i. ein Winkel von 45 Graden mit der Winkel-Scheibe abgestekt werden solle, wie weiter unten solle gezeigt werden, da aber dieses durch den rechtwinkelichten Kreuz-Schnitt nicht kann bewerkstelligt werden, so ist es gut, wenn noch ein dritter Schnitt wie ab Fig. 2. Tab. 1. eingeschnitten wird, dieses geschiehet, wenn die Bögen AB und CD halbirt werden. Man muß aber sorgfältig bey Abstekung eines rechten Winkels Achtung geben, welche Schnitte einander rechtwinkelicht durchkreuzen.

V. Einen vollständigen Reißzeug muß auch ein praktischer Feldmesser haben, oder doch wenigstens einen solchen, worinnen folgende Stüke enthalten sind.

1) Ein allgemeiner Handzirkel; 2) ein Einsazzirkel, worein man Reißblei, Reißfedern einschrauben kann; 3) eine Handreißfeder; 4) einen Transporteur; 5) einen verjüngten Maaßstab; 6) einen Winkelhacken; 7) ein Linial, Bleistefte, und mehrere dergleichen Kleinigkeiten, so man beym Aufzeichnen der Figuren nöthig hat.

Alle diese Instrumente sind von Mössing, ausgenommen Linial = Winkelhacken, verjüngter Maasstab können von schönem hartem Holz, z. E. Birnbäume gemacht werden.

§. 4. Einige Feldmesser bedienen sich auch eines Meßtischleins, welches ein wohlabgehobeltes birnbäumenes Brettlein, ungefähr ein oder anderthalb Schuh ins Geviert ist, und auf 3 Füssen gestellt werden kann, wenn es gebraucht wird. Beym Gebrauch wird es mit weissem Papier überzogen. Wenn man einen Halbzirkel von 180 Graden darauf abzeichnet, und so einrichtet, daß es horizontal und vertikal zugleich gestellt werden kann, so kann es die Stelle eines Astrolabii vertretten. Vom weitern Gebrauch des Meßtischleins wird unten im Anhang besonders gehandelt werden.

Vom

Vom Längenmaaß,

und zwar beym Ausmessen der Linien.

§. 5. Das einmal angenommene und fast überall eingeführte Maaß ist: Ruthe, Schuh, Zoll und Linien ꝛc. die Ruthe wird aber in zerschiedenen Gegenden bald in 16, bald in 12, bald in 10 Schuh oder Fuß eingetheilt; der Schuh aber bey der 16 und 12theiligen Ruthe in 12 Zoll, und der Zoll in 12 Linien. Nach der neuesten Verordnung vom 30 Nov. 1806. wurde im ganzen Königreiche Würtemberg als gesezliche Norm, die otheilige Ruthe von 10 würtembergischen Werkschuhen angeordnet und fest gesezt, daß der Schuh oder Fuß in 10 Zolle, der Zoll in 10 Linien u. s. f. eingetheilt werden solle.

Es hält demnach

Ruthe	Schuh	Zoll	Linien	Scrupel
1	10	100	1000	10000
	1	10	100	1000
		1	10	100
			1	10

Daß diese Eintheilung weit bequemer sey als irgend eine andere, erhellt von selbst; denn durch sie wird man nicht nur der unertrtäglich mühsamen Multiplication überhoben, sondern die sämtliche geometrische Rechnungen werden dadurch ungemein erleichtert.

§. 6.

§. 6. Damit man nicht nöthig habe, die Namen: Ruthe, Schuh, Zolle, Linien u. s. w. bey einer jedesmaligen Rechnung mit Worten besonders anzuschreiben, so bezeichnet man die Zahl der Ruthen oberhalb zur Rechten mit (°), die der Schuhe mit (^{I}), die Zolle mit (^{II}), die Linien mit (^{III}), die Scrupel mit (^{IV}) u. s. f.

Es werden demnach 12 Ruthen, 6 Schuh, 8 Zolle, 3 Linien, 4 Scrupel also angeschrieben

$$12^{\circ} \quad 6^{I} \quad 8^{II} \quad 3^{III} \quad 4^{IV}.$$

§. 7. Weil nach dieser Eintheilung der Fuß einen zehenfach kleinern Werth hat als die Ruthe; der Zoll einen zehenfach kleinern Werth als der Schuh; die Linie einen zehenfach kleinern als der Zoll ꝛc., so kann man die Linie als einen Bruch von dem Zoll, den Zoll als einen Bruch von dem Schuh, den Schuh als einen Bruch von der Ruthe ansehen, dessen Nenner allemal 10 ist. Aus dieser Eintheilung folgt auch, daß der Schuh zehenfach kleiner, der Zoll hundertfach, die Linie tausendfach, der Scrupel zehentausendfach kleiner als die Ruthe sey. Es können demnach die kleinere Eintheilungen auch als Brüche von der Ruthe angesehen werden, deren Nenner in der Progression 10, 100, 1000, 10,000 ꝛc. fortgehen.

§. 8. Man kann also obige $12^{\circ}\ 6^{I}\ 8^{II}\ 3^{III}\ 4^{IV}$ auch so anschreiben, daß man hinter den gan-

ganzen Ruthen ein (,) Komma sezt, und die kleineren Theile, ohne sie mit besondern Zeichen zu benennen, hinter dem Komma folgen läßt, und hernach auf die lezte Ziffer das Zeichen der Ruthe sezt. Z. E. 12,6834°. Wenn man demnach die Ruthen, Schuh, Zolle, Linien 2c. auf diese Art anschreibt, und also die Ruthen durch ein Komma von den übrigen Ziffern absondert, so enthält die erste Stelle zur Rechten des Komma, die Schuhe, die zweyte die Zolle, die dritte die Linien, die vierte die Scrupel u. s. w., welches in der That eben so einleuchtend seyn wird, als wenn diese Ziffer mit besondern Zeichen bezeichnet wären. Dieses leitet uns nun auf die Decimal=Rechnung.

Die Decimal-Rechnung oder die Rechnung mit Decimal-Brüchen.

§. 9.

In den gewöhnlichen Büchern über die Geometrie, wird die eben so nöthig als nüzliche Decimal-Rechnung gar nicht, oder doch äusserst selten erklärt, und bey dem Leser schon als bekannt vorausgesezt; der Grund davon ist leicht einzusehen, denn um die Geometrie und die dahin gehörige Rechnungen zu verstehen, sezt in der That eine richtige Kenntniß der Arithmetik voraus, worunter begreiflich die Decimal-Rechnung mit begriffen ist.

Diese Rechnungsart, ob sie gleich in den gewöhnlichen Rechnungsfällen des gemeinen Lebens nicht so angewandt wird als sie angewendet werden sollte; auch in den gewöhnlichen Rechenbüchern entweder gar nicht, oder nur so kurz und unvollständig abgefertigt wird, als ob sie etwas überflüßiges, oder eine blose Nebensache wäre, verdient doch in der That wegen ihrer Leich-

Leichtigkeit, und ihres ausgebreiteten Nutzens willen, in allen Rechnungsgeschäften besonders in mathematischen Berechnungen, hier etwas mehr als man sonsten zu thun pflegt, erklärt und auseinander gesetzt zu werden. Besonders aber ist die Decimalrechnung für den Feldmesser um so nöthiger, weil das zehentheilige Maaß ein für allemal von der höchsten Behörde angeordnet, und jedes, sowohl Körpermaaß als auch Flächen = und Linienmaaß nach demselben angegeben werden muß; überdieß würde man ohne diese nützliche Rechnung viele mathematische Rechnungen entweder gar nicht oder doch wenigstens nur mit einer beschwerlichen Mühe ausführen können.

§. 10. Das erste arithmetische Grundgesetz lehrt, daß eine jede Ziffer in einer Zahlenreihe von der rechten gegen die linke Hand einen zehenfach größeren Werth habe, als die ihr zunächst vorhergehende Stelle.

§. 11. Hieraus folgt nun ganz natürlich umgekehrt, daß eine jede Ziffer von der linken gegen die rechte Hand einen zehenfach kleineren Werth haben müsse, als ihre zunächst vorhergehende Stelle.

§. 12. Wenn man irgend eine beliebige ganze Zahl z. E. 436 hat, deren letzte Ziffer zur Rechten, einfache Einheiten bedeutet, und man setzt

setzt hinter dieselbe ein Komma, zum Zeichen daß hier die ganze Zahlen aufhören, so kann man zur Rechten des Komma, noch mehrere Ziffer schreiben, z. E. 3425, so daß demnach die ganze Zahlen-Reihe jetzt seyn wird: 436, 3425.

§. 13. Hat man demnach die Zahlen hinter dem Komma mit den ganzen Zahlen verbunden, so muß die erste Ziffer hinter dem Komma zur Rechten nach §. 11. einen zehnfach kleineren Werth haben, als die zunächst vorhergehende einfache Einheit, das ist: die erste Stelle hinter dem Komma ist der zehende Theil der vorhergehenden Stelle. Die zweyte Stelle hinter dem Komma ist zehnfach kleiner, als ihre zu nächst vorhergehende Stelle, folglich ist sie 100fach kleiner als die einfache Einheit. Die dritte Stelle hinter dem Komma ist zehenfach kleiner als die zweyte, folglich ist sie 1000fach kleiner als die einfache Einheit u. s. w.

§. 14. Man kann also die Stellen vor dem Komma zur Linken, als Zahlen von höherer Ordnung, und die Stellen zur Rechten hinter dem Komma, als Stellen niederer Ordnung ansehen, in welcher die erste Stelle nach dem Komma zur Rechten, die Stelle der ersten; die zweyte Stelle, die Stelle der zweiten; die dritte, die Stelle der dritten niedriger Ordnung ist. Man kann die Eintheilung der

Stellen

Stellen in eine höhere und niedere Ordnung zu mehrerer Deutlichkeit also vorstellen.

4	dritte Stelle	der höhern Ordnung oder der Einheiten.
3	zweyte Stelle	
6	erste Stelle	
3	erste Stelle	der niedern Ordnung oder der Decimal-Theile.
4	zweyte Stelle	
2	dritte Stelle	
5	vierte Stelle	

§. 15. Weil demnach die erste Stelle der niedern Ordnung nach §. 13. zehenfach kleiner ist als die einfache Einheit, so ist sie nothwendig ein Bruch, dessen Nenner 10 ist. Eben so: da die zweyte Stelle der niedern Ordnung zehenfach kleiner ist als die erste, folglich 100fach kleiner als die einfache Einheit, so ist die zweyte Stelle der niedern Ordnung auch ein Bruch, dessen Nenner 100 ist. Weil ferner die dritte Stelle der niedern Ordnung zehenfach kleiner als die zweyte Stelle ist, also 100fach kleiner als die erste, folglich 1000fach kleiner als die einfache Einheit, so ist auch diese Stelle ein Bruch, dessen Nenner 1000 ist.

§. 16. Da also der Nenner der ersten Stelle der niedern Ordnung 10; der Nenner der zweyten 100; der Nenner der dritten Stelle 1000 ist: so wird der Nenner der vierten 10,000; der Nenner der fünften 100,000;

der

der Nenner der sechsten 1000,000 seyn, und so bekommt der Nenner jeder folgenden Stelle der niedern Ordnung immer eine Nulle weiter als der vorhergehende, so daß also die Nenner der Stellen niederer Ordnung in folgender Progreßion fortgehen: 10; 100; 1000; 10,000; 100,000; 1000,000. Man kann also die Zahl in §. 12. auch so anschreiben:

$$436 \frac{}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000} + \frac{5}{10000}.$$

§. 17. Wenn man demnach weiß, von welcher Stelle eine gegebene Zahl der niedern Ordnung ist, so kann man den dazu gehörigen Nenner so gleich angeben. Verlangt man z. E. den Nenner der vierten Stelle, so ist er allemal 1. nebst so vielen Nullen als der Numerus dieser Stelle Einheiten hat, also 10000. Wäre irgend eine Zahl von der zehenden Stelle der niedrigen Ordnung, so wäre ihr Nenner 10000000000 u. s. w.

§. 18. Wenn man die Brüche der zwey ersten Stellen $\frac{3}{0}$ und $\frac{4}{100}$ der niedern Ordnung in §. 16. nach den gewöhnlichen Regeln unter gleiche Benennung bringt, und addirt, so kommt der Bruch $\frac{34}{100}$. Addirt man die Brüche der drey ersten Stellen, so kommt der Bruch $\frac{342}{1000}$; werden die vier erstern Stellen addirt, so kommt $\frac{3425}{1000\ 0}$. Es erhalten demnach die zwey ersten Stellen der niedern Ordnung einen Nenner mit 2. Nullen, die drey

erstern

ersten Stellen einen Nenner mit 3. Nullen, die vier ersten Stellen einen Nenner mit 4. Nullen, bey fünf Stellen einen Nenner mit 5. Nullen u. s. w.

§. 19. Hieraus folgt demnach, wenn eine, zwey, drey, vier und mehrere Stellen an eine ganze Zahl angehängt sind, daß man auch sogleich den dazu gehörigen Nenner angeben könne, und daß man also zu der Zahl 1. nur so viele Nullen anhängen dörffe, als Decimalstellen vorhanden sind.

Es ist demnach

436,3 so viel als: $436, \frac{3}{10}$.
436,34 so viel als: $436, \frac{34}{100}$.
436,342 so viel als: $436, \frac{342}{1000}$.
436,3425 so viel als: $436, \frac{3425}{10000}$ u. s. w.

§. 20. Weil man also bey den Dezimalzahlen die Nenner aus dem Zähler gerade zu bestimmen kann; so kann man solche ohne weiteres weg lassen, und diese Dezimalzahlen als wie ganze Zahlen ansehen, auch solche als wie ganze Zahlen behandeln. Dieses ist eine nicht geringe Bequemlichkeit, wie auch ein großer Vortheil im Rechnen selbst.

§. 21. Wenn man eine oder mehrere Decimalzahlen hat, ohne daß eine ganze Zahl dabey wäre, so setzt man an die Stelle der Ganzen eine Nulle, z. E. 0,345.

Wie

Wie man die Decimalbrüche lesen müsse.

§. 22. Die Decimalbrüche können auf zwey Arten gelesen werden. Entweder in dem man jede Ziffer als einen besondern Bruch wie §. 16.

Oder alle Ziffern zusammen mit dem gemeinschaftlichen Nenner ausspricht.

Das erste ist für sich klar, z. E. 3,342 heißt: 3 Ganze; $\frac{3}{10}$; $\frac{4}{100}$ und $\frac{2}{1000}$.

Die andere Art ist eben so leicht.

Da der Nenner des ganzen Bruchs, 1 mit so viel angehängten Nullen als Decimalstellen vorhanden sind, seyn muß §. 19; so wird der Bruch 3,342 also gelesen:

3 Ganze und $\frac{342}{1000}$.

§. 23. Wie man mehrere Decimalbrüche von verschiedenen Nennern mit einem gemeinschaftlichen Nenner anschreiben müsse, erhellt aus dem bißherigen von selbst; man darf sich nur erinnern, daß das Anschreiben derselben darauf beruht, wie zerschiedene Brüche unter gleiche Benennung zu bringen seyen. Man habe z. E. $\frac{3}{100}$; $\frac{7}{1000}$; $\frac{9}{1000000}$, diese unter gleiche Benennung gebracht, giebt:

$$\frac{30000 + 700 + 9}{1000000} = \frac{0,030709}{1000000} = 0,030709,$$

ferner $\frac{7}{100000} + \frac{2}{10000000}$ wird geschrieben: 0,0000702.

§. 24.

§. 24. Wenn man eine jede Ziffer des Zählers als einen besondern Bruch anschreibt, z. E. statt 3,478372 den ihm gleichviel geltenden Werth $3,\frac{4}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000} + \frac{3}{10000} + \frac{7}{100000} + \frac{2}{1000000}$ setzt, so hat man zugleich eine kurze Uebersicht von dem Werth einer jeden Stelle, und man bekommt dadurch auch richtige Begriffe von deren Werthe. Man sieht hieraus klar, daß die hintere Theile zur Rechten eines solchen Bruchs, sehr kleine Theile des Ganzen seyn müssen; daher kann man, wenn man nicht mit gar grossen Zahlen rechnen will, von den letztern zur Rechten, einige Stellen ohne einen grossen Fehler zu begehen gar weglassen, denn man läßt in der That nur sehr kleine Theile des Ganzen weg, auch wird überdieß selten mit mehr als 6. oft gar nur mit 2. oder 3. Decimalziffern gerechnet. Würde man durch dieses Weglassen der letzten Ziffern zu ängstlich seyn, und sich dadurch seines Gewissens beschwert glauben, so könnte man indessen folgende Regel beobachten: Wenn die weggelassene Ziffer grösser als 5 oder 50 oder 500 u. s. w. so wird die letzte Zahl des noch stehen gebliebenen Bruchs um 1. vermehrt.

Daher man für 3,7837 setzen kann 3,784.
für 7,83762 = 7,838.
für 9,87673682 = 9,87674.

Auf

Auf diese Art würde man sich, ohne einen grossen Fehler zu begehen, der Wahrheit etwas mehr nähern.

§. 25. Eine Zahl wie 4,36 in welcher das Komma einmal bestimmt ist, wird weder vermehrt noch vermindert, man mag zu beyden Seiten so viel Nullen anhängen als man will. Z. E. 4,36 ist eben so viel als 004,360000.

1. Daß der Werth einer Zahl nicht geändert werde, wenn man vor dieselbe zur Linken eine oder mehrere Nullen anhängt, erhellt daraus, weil die Nullen nur anzeigen', daß von der Ordnung, wo sie stehen, keine bedeutende Ziffern vorhanden seyen; sind aber zur Linken der höhern Ordnung keine Ziffer vorhanden, so fängt man die Zahlen erst da zu lesen an, wo die bedeutende Ziffern anfangen. In diesem Fall nimmt man auf die Nullen gar keine Rücksicht, folglich ist 004,360000 so viel als: 4,360000.

2. Daß der Werth eines Decimalbruchs nicht geändert werde, wenn man zur Rechten eine oder mehrere Nullen anhängt, erhellet daraus: Weil aus den Stellen der Decimalzahl, die als Zähler eines Bruchs anzusehen ist, der Nenner gerade zu bestimmt wird §. 19. Hängt man nun eine oder mehrere Stellen von Nullen an diese

Decimalzahl, so vermehrt sich auch der Nenner dieses Zählers mit eben so viel Nullen §. 19. daher ist es eben so viel, als ob man Nenner und Zähler eines Bruchs mit einerley Zahl multiplicirt hätte, folglich wird der Bruch nicht mehr geändert. Wenn man demnach an die Zahl 4,36 zu beyden Seiten beliebig viele Nullen anhängt, so wird sie nicht geändert, und es ist also 4,36 eben so viel als 004,360000.

§. 26. Man wird daher auch umgekehrt schließen können, daß, wofern an einer solchen Zahl Nullen angehängt wären, man zu beyden Seiten so viel weglassen könne, als man will, ohne dem Werth der gegebenen Zahl etwas zu benehmen.

Demnach ist auch 004,360000 = 4,36.

§. 27.

Addiren der Decimalbrüche.

Aufgabe.

Die Summe mehrerer gegebenen Decimalbrüche zu finden.

Auflösung.

Man schreibe die gegebenen Zahlen so unter einander, daß gleichnamige Stellen der höhern, und gleichnamige Stellen der niedern Ordnung unter

unter einander zu stehen kommen, hernach addirt man sie wie ganze Zahlen, jedoch muß man nicht vergessen, in der Summe das Komma an seine gehörige Stelle herab zu setzen.

Z. E. Man soll addiren 3,4 + 2,21 + 6,721 + 14,51.

Man schreibe solche nach der gegebenen Regel also untereinander.

$$\begin{array}{r} 3,\ 4 \\ 2,\ 21 \\ 6,\ 721 \\ 14,\ 51 \\ \hline \end{array}$$

Summe = 26, 841.

Beweis dieser Regel.

Es ist (nach §. 17 u. 19)
$$\begin{aligned} 3{,}4 &= 3\tfrac{4}{10} \\ 2{,}21 &= 2\tfrac{21}{100} \\ 6{,}721 &= 6\tfrac{721}{1000} \\ 14{,}51 &= 14\tfrac{51}{100}. \end{aligned}$$

Man addire die Ganze besonders, die Brüche bringe man auf gleiche Benennung und addire auch diese, so kommt für die Summe der Ganzen = 25. und $\frac{4}{10} + \frac{21}{100} + \frac{721}{1000} + \frac{51}{100}$ auf gleiche Benennung giebt

$$\frac{40000000 + 21000000 + 72100000 + 51000000}{100000000}$$

und wenn man die gefundene Zähler addirt, so kommt für die Summe = $\frac{184100000}{1000000000}$ das giebt, wenn man bey Zähler und Nenner gleich-

 viel

viel Nullen wegläßt $1 + \frac{841}{1000}$ zu diesem die Summe der Ganzen addirt

giebt $25 + 1\frac{841}{1000} = 26,841$. wie oben.

Weitere Beyspiele.

41, 203	367, 6702
7, 00221	125, 31
375, 312	57, 342
12, 7	36, 1564
5, 73423	57, 678456
441, 95144	644, 157056.

§. 28. Sollte etwa diese Addition wegen der ungleichen Anzahl der Decimalstellen undeutlich seyn, so kann man alle Zähler bey einer solchen Rechnung durch Nullen ergänzen, und dadurch die Stellen gleich machen, alsdenn werden obige Beyspiele so aussehen:

41, 20300	367, 670200
7, 00221	125, 310000
375, 31200	57, 342000
12, 70000	36, 156400
5, 73423	57, 678456
441, 95144	644, 127056 wie oben.

§. 29.

Subtrahiren der Decimalbrüche.

Weil man nach §. 7 und 8 die Ruthen als Zahlen der höhern Ordnung, die Schuhe, Zolle, Linien

Linien ꝛc. welche Theile der Ruthe sind, als Zahlen der niedern Ordnung ansehen kann, so findet für das Ruthen- Schuh- Zoll- und Linienmaaß keine besondere Regel statt, und werden also ebenso addirt, wie die Dezimalzahlen in §. 28.

Aufgabe.

Bey der Ausmessung einer geraden Linie sind 3 Abstiche gemacht worden, für den ersten hat man gefunden 46 Ruthen, 7 Schuh, 3 Zoll, 5 Linien; für den zweyten 31 Ruthen, 5 Schuh, 6 Zoll, 2 Linien; für den dritten 42 Ruthen, 8 Schuh, 3 Zoll und 9 Linien. Wie lang ist die ganze Linie?

I.	46, 735°
II.	31, 562
III.	42, 839
	121, 136° = 121° 1' 3'' 6'''

das ist: 121 Ruthen, 1 Schuh, 3 Zoll und 6 Linien.

Aufgabe.

Eine gerade Linie hält 13 Ruthen, 5 Zoll und 4 Scrupel; eine andere 21 Ruthen, 3 Schuh, 5 Linien; eine dritte 9 Schuh und 2 Scrupel. Was macht ihre Summe?

Anmerkung. Weil in den Angaben der Maaße einige Zwischenstellen fehlen, so müssen dieselbe im Anschreiben mit Nullen ergänzt werden.

I.

I.	13,	0^{I}	5^{II}	0^{III}	4^{IV}
II.	21,	3	0	5	0
III.	0,	9	0	0	2
	35,	2	5	5	6^{0} $=35^{0}2^{I}5^{II}5^{III}6^{IV}$

das ist: 35 Ruthen, 2 Schuh, 5 Zoll, 5 Linien und 6 Scrupel.

§. 30. Die Addition des Flächenmaaßes ist ebenfalls den bisherigen Regeln unterworfen; nur hat man zu bemerken, daß eine Flächenruthe 100 Schuh; 1 Schuh 100 Zoll; 1 Zoll 100 Linien ꝛc. halte; und daß man also in der gefundenen Summe, wenn die Schuhe, Zolle, Linien ꝛc. mit ihren gehörigen Zeichen bezeichnet werden sollen, einem jeden Zeichen zwey Ziffer zueigne, wie aus der Natur der Sache von selbst erhellet.

Es sey Fig. 29. Tab. II.

Nr. I.	49^{0}	54^{I}	36^{II}
Nr. II.	24	16	
Nr. III.	45	36	17
Nr. IV.	13	17	22
	132^{0}	23^{I}	75^{II}

das ist: 132 Ruthen, 23 Schuh, 75 Zoll Flächenmaaß.

§. 31. Weil das größte Flächenmaaß durch Morgen ausgedrückt wird, 1 Würtembergischer Morgen aber nach dem neuen Maaße 384 Qua-

Quadratruthen hält (§. 2. Würtemb. Maaß Ord.); so muß man, wenn die Ruthen in der gefundenen Summe die Anzahl 384. als das Morgenmaaß übersteigen sollte, mit dieser Zahl in die Summe dividiren, so giebt der Quotient die Morgenzahl an.

Z. E.	148°	45ᴵ	16ᴵᴵ
	287	94	45
	497	87	48
	389	64	75
	84	00	96
	1307°	92ᴵ	80ᴵᴵ

diese 1307° mit 384 getheilt, giebt: 3 Morgen 155°.

Es ist demnach die ganze Summe: 3 Morgen, 155 Ruthen, 92 Schuh und 80 Zoll.

§. 32. Bey der Addition des Körper- oder Cubicmaaßes hat man zu bemerken, daß eine Cubicruthe 1000 Cubicschuh; 1 Cubicschuh 1000 Cubiczoll; 1 Cubiczoll 1000 Cubiclinien halte, und daß man also jedem dieser Dinge in der Summe 3 Ziffern zueigne.

Aufgabe.

Es verakkordirt jemand einen Keller auszugraben mit 3 Arbeitsleuten. Der erste gräbt 4 Ruthen, 137 Schuh, 149 Zoll; der andere 3 Ruthen, 436 Schuh; 352 Zoll; der dritte 2 Ruthen, 827 Schuh, 952 Zoll Erde aus.

Wie

Wie viel Cubicruthen, Schuh ꝛc. sind überhaupt ausgegraben worden?

$$\begin{array}{r} 4^{\circ}\ 137^{I}\ 149^{II} \\ 3\ \ 486\ \ 352 \\ 2\ \ 827\ \ 952 \\ \hline 10^{\circ}\ 451^{I}\ 453^{II} \end{array}$$

das ist: 10 Ruthen, 451 Schuh, 453 Zoll Cubicmaaß.

Aufgabe.

§. 33. Eine gegebene Decimalzahl von einer andern zu subtrahiren.

Auflösung.

Man setze Einheiten, zehentheile, hunderttheile u. s. f. untereinander, und subtrahire wie gewöhnlich.

Beyspiel

$$\begin{array}{r} 134,\ 7362 \\ 54,\ 8327 \\ \hline 79,\ 9035. \end{array}$$

§. 34. Es scheint öfters als ob man eine gegebene Zahl von einer andern nicht abziehen könne, besonders in dem Fall, wenn im Minuendus weniger Decimalstellen vorhanden sind als im Subtrahendus. Aber die Subtraction für positive Zahlen wird immer möglich seyn, wofern die ganze Zahl des Minuendi grösser ist als die ganze Zahl des Subtrahendi. Da man aber

aber an eine Decimalzahl so viel Nullen setzen darf als man nöthig hat, §. 25. so hänge man an den Minuendus so viele Nullen als erforderlich sind. Z. E. von 736,1 soll man 125, 7346789 abziehen. Weil in der Decimalzahl 736,1 nur eine einzige Decimalstelle vorhanden, so setze man noch so viel Nullen an dieselbe, bis man eben so viel Stellen hat, als derselben im Decimalbruch des Subtrahendi vorhanden sind, alsdenn wird der Subtrahendus und die ganze Rechnung so aussehen:

736, 1000000	Minuendus
125, 7346789	Subtrahens
610, 3653211	

auf diese Art läßt sich die Subtraction ohne Schwierigkeit verrichten.

§. 35. Was §. 29. in Absicht auf das Längenmaaß erinnert worden ist, gilt auch bey der Subtraction. Man schreibt nemlich Dinge von einerley Art unter einander und subtrahirt sie wie ganze Zahlen. Z. E.

$$\begin{array}{rrrr} 142^{\circ} & 3^{I} & 4^{II} & 5^{III} \\ 87 & 5 & 3 & 6 \\ \hline 54^{\circ} & 8^{I} & 0^{II} & 9^{III}. \end{array}$$

§. 36. Auch beym Flächen- und Körpermaaß gelten die Bemerkungen in §. 30 u. 32.

I. Bey-

I. Beyspiel des Flächenmaaßes.

154°	57^{I}	13^{II}	58^{III}	64^{IV}
48	45	56	37	84
106°	11^{I}	57^{II}	20^{III}	80^{IV}.

II. Beyspiel.

24 Morg. 45°	36^{I}	59^{II}
18 87°	42^{I}	64
5 Morg. 342°	93^{I}	95^{II}.

Beyspiel des Cubicmaaßes.

14°	436^{I}	548^{II}
8	594	843
5°	841^{I}	705^{II}.

§. 37. Es kommt nun bey der Addition und Subtraction vorzüglich darauf an, daß man die Kommata unmittelbar unter einander setzt, und daß man in der Summe oder Differenz das Komma an eben den Ort setzt, wo es bey den gegebenen Zahlen gestanden, weil man eigentlich nur die Einheiten und Zähler addirt, und die Nenner unverändert läßt. Uebrigens beruht der Beweiß der Subtraction auf den bekannten Gründen der Arithmetik, und daß man die Probe über das bey einer solchen Rechnung gefundene Resultat eben so leicht anstellen könne, erhellet von selbsten.

§. 38.

Die Multiplication der Decimalbrüche.

Wenn man eine Zahl mit einem angehängten Decimalbruch wie 4,32 hat, und man setzt das Komma um eine Stelle weiter gegen die rechte Hand wie 43,2, so ist es eben so viel, als ob man die Zahl mit 10 multiplicirt hätte. Denn wenn man die gegebene Zahl 4,32 nach §. 16. anschreibt, daß also aus ihr $4 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$ wird, und hernach jeden dieser Theile mit 10 multiplicirt, so kommt: $4.10 + \frac{3.10}{10} + \frac{2.10}{100}$; hebt man nun in beyden vorhandenen Brüchen gleiche Zahlen in Zählern und Nennern auf, so kommt $40 + 3 + \frac{2}{10}$ das giebt

$$43 + \frac{2}{10} = 43{,}2.$$

Hieraus sieht man klar, daß die Zahl 3, welche vorher in der ersten Stelle der niedrigen Ordnung stand, jetzo in die Stelle der primitiven Einheiten der höhern Ordnung, und die Zahl 2, welche in der zweyten Stelle der niedern Ordnung stand, in die erste Stelle der niedern Ordnung, oder in die Stelle der Zehentel vorgerückt ist. Und so würde jede Stelle, wenn noch mehrere an der oben gegebenen Zahl angehängt gewesen wären, um eine zehenfach höhere Stelle vorgerückt seyn.

§. 39. Hieraus folgt auch, wenn man das Komma um zwey Stellen gegen die rechte Hand

Hand setzt, daß die Zahl 100fach größer, um 3 Stellen zurück gesetzt, 1000fach größer werde u. s. f.

§. 40. Setzt man nun umgekehrt, das Komma um eine, zwey und mehrere Stellen gegen die linke Hand, so muß nothwendig, da dieses Versetzen des Zeichens das Gegentheil von dem in §. 38. ist, auch der Erfolg das Gegentheil von dem vorhergehenden seyn, das ist: es ist eben so viel als ob man die gegebene Zahl mit 10, 100, 1000 u. s. w. dividirt hätte. Z. E.

	7,3645		9235,8
10mal größer	73,645	10 mal kleiner	923,58
100 .	736,45	100 .	92,358
1000 .	7364,5	1000 .	9,2358
10000 .	73645	10000 .	0,92358.

Aufgabe.

§. 41. Man soll 2 gegebene Decimalzahlen mit einander multipliciren.

Auflösung.

Man verrichte die Multiplication als wären die gegebenen Factoren ganze Zahlen. Um aber im Produkt die ganze Zahlen von den Decimalzahlen zu unterscheiden, merke man sich folgende Regel: Man zähle die Anzahl der in beyden Factoren enthaltenen Decimalstellen zusam-

sammen, so zeigt die Summe dieser Decimalstellen, wie viel Decimalzahlen im Produkt von der Rechten gegen die Linke abgeschnitten werden müssen, z. E.

Man soll 34,203, mit 2,03 multipliciren

```
   34,203
     2,03
  -------
  102609
 684060
 --------
 6943209.
```

Im gegenwärtigen Beyspiel haben beyde Factoren zusammen genommen 5 Decimalziffer, eben so viel Ziffer im Produkt müssen von der Rechten gegen die Linke abgeschnitten, da denn, durch ein Komma die Ganze von den Decimalen unterschieden werden,

nemlich 69, 43209.

§. 42. Oefters ist der Fall, daß im Produkt nicht so viel Decimalstellen abgeschnitten werden können als erforderlich sind; in diesem Fall werden zur Linken des Produkts so viel Nullen angehängt, bis die Anzahl der abzuschneidenden Zahlen ganz ist, und setzt dem Komma noch eine Nulle vor, z. E.

Es sey zu multipliciren 0,4325 mit 0,00006.

```
     0,4325
          6
  ----------
  0,000025950.
```

Weitere Beyspiele.

4,7873	48,02
0,0023	4,01
143619	4802
95746	192 080
0,01191079	192,5602.

§. 43. Die Regel in §. 41. gilt auch alsdann noch, wenn einer von den Factoren eine ganze Zahl ohne Decimalstellen wäre. In diesem Fall werden im Produkt eben so viel Ziffern abgeschnitten, als der andere Factor Decimalstellen hat. Z. E.

$$\begin{array}{r} 36,783402 \\ 6 \\ \hline 220,700412. \end{array}$$

Aufgabe.

Eine Linie ist 36° 6′ 4″ 8‴ lang, wie lang ist eine andere, welche 7mal länger ist?

Anmerkung. Weil nach §. 8. das gegebene Maaß auch so angeschrieben werden kann, nemlich 36,648° so tritt der nächst vorhergehende Fall wieder ein.

$$\begin{array}{r} \text{Also } 36,648^\circ \\ 7 \\ \hline 257,536^\circ \end{array}$$

das ist: 257 Ruthen, 5 Schuh, 3 Zoll und 6 Linien.

Auf-

Aufgabe.

Ein verlängertes Rechteck ist lang 24° 4′ 6″ und breit 4° 2′ 5″. Man verlangt dessen Quadratinhalt.

Hier sind offenbar die vorhandene Ruthen als Ganze, die Schuh und Zoll aber als Decimalzahlen anzusehen. Man schreibe demnach das gegebene Maaß nach §. 8. an, und multiplicire wie in §. 41.

```
    24,46
     4,25
    ------
    122 30
    489 2
   9784
   -------
   103,9550
```

das giebt 103 Ruthen.

Um nun zu entscheiden, wie viel die hinter dem Komma vorhandene Decimalzahl 9550 Schuh und Zoll geben, so erinnere man sich dessen was §. 30. in Rücksicht des Flächenmaaßes gesagt worden. Nach jener Bemerkung wäre also obiges Produkt = 103 Ruthen, 95 Schuh, 50 Zoll Quadratmaaß.

Aufgabe.

Eine Mauer ist 36° 2′ 3″ lang, 1° 2′ 4″ hoch und 0°, 8′ 5″ dick. Wie viel beträgt ihr körperlicher Inhalt?

lang

```
lang = 36,23''
hoch =  1,24
     ---------
      144 92
      7246
     3623
     ---------
     44,92 52''
dick =   0,85
     ---------
     22 46260
    35 94016
    ----------
    38,186420''
```

das ist 38 Kubikruthen und nach §. 32. giebt die Decimalzahl 186420 = 186 Kubikschuh und 420 Kubikzoll.

§. 44.

Die Division mit Decimalzahlen.

Aufgabe.

Eine gegebene Decimalzahl mit einer ganzen Zahl zu dividiren.

Auflösung.

Man verrichte die Division, als wäre der Dividendus eine ganze Zahl, und schneide im Quotienten, wenn man ihn gefunden hat, durch das Komma so viele Stellen von der Rechten gegen die Linke, ab, als der gegebene Dividendus Decimalstellen hat. Z. E. es sey 37,2222 mit 6 zu dividiren.

6) 37,2222|62037
36
———
12
12
———
22
18
———
42
42
———
0

Weil nun der Dividendus 4 Decimalstellen hat, so müssen im Quotienten 4 Ziffer abgeschnitten werden, giebt also = 6,2037.

Anmerkung. Wenn im Quotienten nicht so viele Stellen abgeschnitten werden können, als erforderlich sind, so muß man wie bey der Multiplication §. 42. dem gefundenen Quotienten so viele Nullen vorsetzen, als man nöthig hat.

Z. E. 48) 0,01104|23
96
———
144
144
———
0

hier ist also der Quotient = 0,00023.

§. 45. Wenn bey einer solchen Division ein Rest bleibt, so kann man demselben eine Nulle beyfügen, und die Division zuweilen

 ohne

ohne Ende fortsetzen, wenn man mit jedesmaligem Reste die Operation wiederholt; dadurch würde man den Quotienten, zwar nicht genau, doch immer genauer finden können. Z. E.

```
12) 57,5693|4,797441 . . . . .
    48
    ──
     95
     84
     ───
     116
     108
     ───
      89
      84
      ──
       53
       48
       ──
        50
        48
        ──
         20
         12
         ──
          8
```

Anmerkung. In diesen Fällen, wo die Division unendlich ist, muß man beurtheilen, wie genau die Rechnung zur Absicht geführt werden müsse; und dann muß man bestimmen, auf wie viel Stellen die Division fortgesetzt werden solle.

Auf-

Aufgabe.

§. 46. Einen gegebenen Decimalbruch mit einem andern gegebenen Decimalbruche zu dividiren.

Auflösung.

Man mache den Divisor zu einer ganzen Zahl, welches geschiehet, wenn man das Komma bis hinter die letzte Zahl des Divisors zurücksetzt. Um so viele Stellen nun das Komma im Divisor zurückgesetzt worden, um eben so viel Stellen muß auch das Komma im Dividendus zurückgesetzt werden: auf diese Art sind beyde Glieder des Bruchs mit einerley Zahl multiplicirt worden; demnach behält der Bruch seinen vorigen Werth, und dividirt wieder nach §. 44. Z. E.

man soll 34,89 mit 5,7 dividiren.

Es ist $\frac{34,89}{5,7} = \frac{348,9}{57} = 6,121 \ldots\ldots$

$\frac{47,26346}{5,432} = \frac{47263,46}{5432} = 870 \ldots$

§. 47. Würde man das Komma im Dividendus nicht um so viele Stellen zurücksetzen können, als die Stellen des Divisors erfordern, so muß man an den Dividendus so viele Nullen setzen als erforderlich sind,

z. E. $\frac{827,6}{3,974} = \frac{827600}{3974} = 208, \ldots\ldots$

$\frac{0,08}{0,00016} = \frac{0,08000}{0,00016} = \frac{8000}{16} = 500.$

Aufgabe.

§. 48. Man soll den Quotienten von 6,82132 in 71,1 bis in die 1000sendtheile berechnen.

6,82132|71,10000000|10,423 Quotient.
```
 682132
 ───────
  2886800
  2728528
  ───────
   1582720
   1364264
   ───────
    2184560
    2046396
    ───────
     138164.
```

Den übrig gebliebenen Rest kann man fahren lassen, weil er immer weniger als 1 Tausendtheile des Quotienten beträgt, man könnte ihn zwar als einen Bruch, dessen Zähler dieser Rest, der Nenner aber der vorige Divisor ist, mit so viel angehängten Nullen als der Rest Zahlzeichen hat, dem Quotienten anhängen, dadurch würde man sich aber nur eine weitläuftige Rechnung verursachen, die bey einer nur kleinen Rechnung unerträglich würde.

Auf diese Art würde der Quotient so aussehen,

$$10,423 + \frac{138164}{682132000000}.$$

§. 49. Wenn man eine ganze Zahl mit einer ganzen Zahl dividirt, und es bleibt ein

Rest,

Rest, so kann man durch Beysetzen der Nullen die Operation fortsetzen bis es aufgeht, oder so weit man will; und dadurch dem Quotienten einen Decimalbruch beyfügen.

Z. E. man soll 7498 mit 28 dividiren.

```
28) 7497|267,75.
    56
    ---
    189
    168
    ---
     217
     196
     ---
      210
      196
      ---
       140
       140
       ---
        0
```

§. 50. Wenn dem Divisor Nullen angehängt sind, so kann man diese weglassen, wenn man durch das Komma im Dividendus eben so viele Stellen abschneidet als Nullen im Divisor vorhanden sind.

Z. E. $\frac{3864}{600} = \frac{38,64}{6} = 6,44.$

$\frac{567345}{15000} = \frac{567,345}{15} = 37,1563 \ldots$

Stadtbibliothek Augsburg

§. 51.

Vermischte Beyspiele.

Aufgabe.

Der Flächeninhalt eines verlängerten Rechtecks ist = 54°, 56′ 16″ und seine Höhe = 4° 3′2″. Wie lang ist es?

```
4,32|54,5616|12°,6′3″Länge des Rechtecks.
     432
     1136
      864
      2721
      2592
       1296
       1296
         0
```

Aufgabe.

Der körperliche Inhalt eines Steins ist 0°,045′ 143″ 406‴; seine Grundfläche aber 0°, 19′ 54″ 26‴. Man fragt nach der Höhe des Steins.

Anmerkung. Die Grundfläche in den körperlichen Inhalt dividirt, giebt die Höhe.

```
0,195426) 0,045143406 | 231
          390852
           605820
           586278
            195426
            195426
               0
```

also die Höhe des Steins = 0,231 = 0° 2′ 3″ 1‴.

§. 52.

Die Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in Decimalbrüche.

Aufgabe.

Einen gegebenen gewöhnlichen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandlen.

Auflösung.

Auf so viel Decimalstellen man den Bruch berechnen will, eben so viel Nullen müssen an den Zähler gesetzt und mit dem Nenner dividirt werden. Z. E. Man soll den Bruch $\frac{3}{8}$ bis in die 1000send Theile berechnen, so ist

$$\frac{3}{8} = \frac{3000}{8} = 0{,}375$$

mithin wäre also der gegebene Bruch $\frac{3}{8}$ dem Decimalbruch 0,375 gleich.

Wenn man also einen gegebenen Bruch in einen andern verwandeln will, dessen Nenner 10000 seyn soll, oder welches gleichviel ist, den gegebenen Bruch in die 10000sendtheile berechnen, so darf man nur des Bruchs Zähler mit 10000 multipliciren und mit dem vorigen Nenner dividiren, so erhält man den verlangten Zähler dessen Nenner = 10000 ist.

Z. E. $\frac{4}{15}$ soll in Million Theile berechnet werden,

so ist $\frac{4000000}{15} = 0{,}266666.$

Man

Man soll $\frac{2}{7}$ in die 1000 millionentheile berechnen.

$$\frac{2}{7} = \frac{2000000000}{7} = 0{,}285714285.$$

§. 53. Auf diese Art kann man einen jeden Bruch in einen andern verwandeln, dessen Nenner eine willkührliche Zahl aus den Produkten von 10 in 10 ist; daß man aber in vielen Fällen nicht immer einen Decimalbruch angeben kann, der einem gegebenen Bruch genau gleich sey, erhellt aus den Beyspielen §. 52. besonders in den Fällen, wo sich die Zahlen des Quotienten in der nemlichen Ordnung widerholen, z. E. $\frac{5}{12}$ in 10000sendtheile berechnet giebt 0,4166. Dafür kann man ohne einen großen Fehler zu begehen, setzen $= 0{,}417$ (§. 24.) welcher der Wahrheit etwas näher kommt, er ist zwar größer als 0,4166; der Ueberschuß beträgt nur $\frac{4}{12000} = \frac{1}{3000}$, wo hingegen der Bruch 0,4166 um $\frac{8}{12000} = \frac{2}{3000}$ zu klein ist.

Weitere Beyspiele.

$$\frac{1}{5} = \frac{1{,}0}{5} = 0{,}2; \quad \frac{1}{2} = \frac{1{,}0}{2} = 0{,}5$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3{,}00}{4} = 0{,}75; \quad \frac{1}{4} = \frac{1{,}00}{4} = 0{,}25$$

$$\frac{1}{7} = 0{,}14285 = 0{,}1427$$

$$\frac{325}{7} = 46'4285 \;\ldots\ldots$$

$$\frac{1}{3} = 0{,}33333 \;\ldots\ldots$$

§. 54.

§. 54.

Von dem Extrahiren der Quadrat- und Kubicwurzel.

Man hat das Extrahiren der Quadrat- und Kubicwurzel in den gewöhnlichen Rechenbüchern entweder gar nicht, oder meistens so kurz und undeutlich vorgetragen, daß eine solche Anleitung nicht nur für Anfänger unbrauchbar, oder äusserst mühsam für dieselbe ist, daher es kommt, daß das Ausziehen der Wurzeln immer für eine schwere Sache gehalten, und noch bis gegenwärtig als eine schwere Rechnung angesehen wird.

§. 55.

Von den Quadratzahlen und ihren Wurzeln.

Der Name eines Quadrats ist aus der Geometrie genommen, wo eine gleichseitige und gleichwinkliche viereckigte Figur ein Quadrat genannt wird, deren Inhalt man findet, wenn man das Maaß einer Seite mit sich selbst multiplicirt; dieses herausgebrachte Produkt nennt man eine Quadratzahl. Eine Quadratzahl entsteht also, wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplicirt, oder wenn 2 gleiche Factoren mit einander multiplicirt werden.

Z. E. 81 ist ein Produkt aus 9. 9. Eine Quadratzahl oder das Quadrat von einer Zahl

wird

wird dadurch angezeigt, wenn man oben zur Rechten derselben die kleine Zahl 2 schreibt, z. E. 9^2 bedeutet eben so viel als 9. 9, mithin $9^2 = 81$.

Das Anschreiben einer Quadratzahl auf diese Art, ist eigentlich eine Abbreviatur (Abkürzung), deren Nutzen sich erst in der Algebra zeigt.

§. 56. Es ist also leicht eine Zahl ins Quadrat zu erheben, man darf nur jedesmal die Zahl mit sich selbst multipliciren, z. E. Wenn man das Quadrat von 4 haben will, so ist $4^2 = 4 . 4 = 16$, von 7 ist das Quadrat $= 7^2 = 7 . 7 = 49$.

Wenn man auf diese Art die Quadrate der einfachen Zahlen sucht, so erhält man eine Tafel, welche bey dem Extrahiren der Quadratwurzel eben den Nutzen hat, als das Einmaleins bey der Multiplication.

Zahlen	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrate	1	4	9	16	25	36	49	64	81

Eine solche Tafel kann man erweitern, so weit man will, zum wirklichen Extrahiren aber, hat man nur die Quadrate der einfachen Zahlen im Gedächtniß zu behalten. In der Wolfischen und Vegaischen Logarithmen-Tafel, findet man solche Tabellen bis auf 1000 ausgerechnet.

§. 57. Auf gleiche Weise werden die Brüche ins Quadrat erhoben, man multiplicirt nemlich einen Bruch mit sich selbst,

z. E.

z. E. $(\frac{3}{4})^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ | $(2\frac{3}{4})^2 = \frac{11}{4} \cdot \frac{11}{4} = \frac{121}{16}$
$(\frac{2}{7})^2 = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{49}$ | $(3\frac{7}{8})^2 = \frac{31}{8} \cdot \frac{31}{8} = \frac{961}{64}$
$(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ | $(1\frac{1}{2})^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$.

Es ist also das Quadrat eines Bruchs wieder ein Bruch, dessen Zähler und Nenner die Quadrate des Zählers und Nenners des gegebenen Bruchs sind.

§. 58. Die Quadratwurzel einer gegebenen Zahl ist diejenige Zahl, die mit sich selbst multiplicirt die Quadratzahl giebt. Z. E. von 49 ist die Wurzel = 7. Diese aber mit sich selbst multiplicirt, giebt wieder 49. Das Zeichen der Quadratwurzel ist

$\sqrt[2]{}$ z. E. $\sqrt[2]{36} = 6$; $\sqrt[2]{64} = 8$; $\sqrt[2]{81} = 9$.

§. 59. Von obigen Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. w. in der Tafel §. 56. sind die ihnen korrespondirende Zahlen, 1, 4, 9, 16 u. s. w. die Quadrate der einfachen Zahlen, so wie jene die Wurzeln derselben sind. Aus den Zahlen der untern Reihe läßt sich die Quadratwurzel in allen Fällen genau finden; man nennt sie daher Rationalzahlen. Es fallen aber zwischen diese Quadratzahlen noch mehrere andere Zahlen hinein, z. E. zwischen die Quadratzahlen 1 und 4 liegen noch die Zahlen 2 und 3, zwischen 4 und 9 fallen die Zahlen 5, 6, 7, 8, zwischen 9 und 16 fallen 10, 11, 12, 13, 14 und 15. Dieses sind keine

keine vollkommene Quadratzahlen, weil die Wurzeln derselben keine ganze Zahlen seyn können; denn da die Wurzel von 1 wieder 1, von 4 = 2 ist, so muß die Wurzel aus 2 oder 3 größer als 1, und kleiner als 2 seyn. Eben so, da die Wurzel aus 4 = 2 und aus 9 = 3 ist, so müssen die Wurzeln aus den Zahlen 5, 6, 7, 8 größer als 2 und kleiner als 3 seyn. Es kommt also für die Wurzeln dieser Zahlen neben den Ganzen noch ein Bruch, aber es ist unmöglich einen solchen Bruch anzugeben, der nebst der ganzen Zahl in sich selbst multiplicirt eine Quadratzahl wie 3, 5 oder 6 u. s. w. genau zum Produkt giebt. Diese Zahlen, von welchen hier die Rede ist, sind keine vollkommene Quadratzahlen, man nennt sie irrational. Es folgt deßwegen nicht, daß man ihre Wurzeln nicht bestimmen könne, sondern nur so viel, daß die Wurzeln von solchen Zahlen durch Brüche nicht können angegeben werden. Uebrigens können die Wurzeln durch Näherung doch so genau bestimmt werden, als man in der Ausübung nur immer verlangen kann.

§. 60.

Das Ausziehen der Quadratwurzel.

Aufgabe.

Aus einer gegebenen Rationalzahl die Wurzel zu finden.

Z. E. aus 2304.

Auf-

Auflösung.

Man theile die gegebene Zahl von der Rechten gegen die Linke in Klassen, und gebe jeder Klasse 2 Zahlen, in die erste Klasse zur Linken mögen 2 Ziffer oder eine kommen, beydes ist gleichviel;

z. E. 23|04.

Nun suche man 1) in der Wurzeltafel §. 56. eine Quadratzahl, welche der ersten Klasse zur Linken am nächsten kommt, und sich noch von ihr abziehen läßt, es ist die 16, die Wurzel davon ist 4, welche man in den Quotienten setzt, und 16 von 23 abzieht, bleibt zum Rest 7.

```
23|04|48
16
 7 0 4
  (8)8
 7 0 4
     ø
```

2) Setze man zu diesem Rest die noch übrige Klasse 04, so hat man 704, und suche zu den zwo ersten Zahlen 70 einen Divisor, welcher gefunden wird, wenn man die gefundene Wurzel 4 doppelt nimmt = 8. Diese sind in 70 8mal enthalten, welche man alsdenn in Quotienten sowohl als auch neben den Divisor setzt. Das Quadrat von dem Quotienten 8 und das Produkt des Divisors in 8 giebt 704, dieses von obigen 704 abgezogen, läßt zum Rest 0, und die Wurzel aus 2304 ist = 48.

Aufgabe.

Aus einer größern Rationalzahl die Wurzel zu finden.

Es sey die gegebene Zahl = 28398241.

Auflösung.

Man theile wie in der vorigen Aufgabe die gegebene Zahl von der Rechten gegen die Linke in Klassen, und verfahre mit den Zahlen der 2 ersten Klassen, wie bereits gezeigt worden, so bleiben zum Rest 30, zu welchem neuerdings die folgende Klasse 82 herabgesetzt wird.

```
28|39|82|41|5329
25
 3 3 9
(1 0)3
 3 0 9
   3 0 8 2
  (1 0 6)2
   2 1 2 4
     9 5 8 4 1
    (1 0 6 4)9
     9 5 8 4 1
         ø
```

Jetzt nehme man die in der Wurzel herausgebrachte Theile 53 doppelt, giebt 106, und dividire damit in die drey ersten Zahlen des Restes, also in 308, welche 2mal darinnen enthalten sind. Den Quotienten 2 setze man in die Wurzel, und auch in die leere Stelle neben den Divisor; diese Zahl 2 mit sich auch mit dem Divisor 106 multiplicirt giebt 2124, welche von 3082 abgezogen zum Rest 958 läßt.

Endlich nehme man noch die letzte Klasse 41 zu dem Rest herunter, giebt 95841, zu deren

4 er=

4 ersten Ziffern 9584 das doppelte der Wurzel 2. 532 = 1064 der Divisor, und in derselben 9mal enthalten ist. Diese 9 werden in die Wurzel und neben den Divisor geschrieben, mit sich selbst und dem Divisor multiplicirt giebt 95841, welches Produkt von 95841 abgezogen zum Rest 0 läßt. Der Rest 0 beweißt, daß die gegebene Zahl eine vollkommene Quadratzahl war.

Hätte man noch mehrere Klassen von der gegebenen Zahl herunter zu setzen, so wird der neue Divisor jedesmal gefunden, wenn man die bereits gefundene Zahlen der Wurzel doppelt nimmt, und nach der angezeigten Art die Rechnung fortsetzt, bis man alle Zahlen der Wurzel entdeckt hat.

Weitere noch nicht ausgearbeitete Beyspiele.

$\sqrt[2]{841} = 29.$ $\sqrt[2]{2401} = 49.$

$\sqrt[2]{331776} = 576.$ $\sqrt[2]{4477456} = 2116.$

$\sqrt[2]{74805201} = 8649.$ $\sqrt[2]{57289761} = 7569.$

$\sqrt[2]{4702525276151521} = 68574961.$

$\sqrt[2]{7213895789838336} = 84934656.$

Anmerkung. In so viel Klassen sich eine gegebene Zahl theilen läßt, eben so viele Theile oder Zahlen muß die Wurzel erhalten.

§. 61.

§. 61.

Die Extraction der Quadratwurzel aus Irrationalzahlen.

Aufgabe.

Aus einer gegebenen Zahl, welche keine vollkommene Quadratzahl ist, die Wurzel durch Näherung zu finden.

Es sey die gegebene Zahl = 7.

Auflösung.

Man hänge an die gegebene Zahl so viel paar Nullen als man will, und extrahire wie bey den Rationalzahlen gezeigt worden. In der gefundenen Wurzel schneidet man von der Rechten gegen die Linke so viele Ziffer ab, als man paar Nullen angehängt hat, so erhält man Ganze und die abgeschnittene Zahlen sind ein Decimalbruch, dessen Nenner sich nach §. 19. von selbst ergiebt. Z. E.

```
 7 | 00 | 00 | 2645
 4
 ---
   3 0 0
    (4)6
   2 7 6
   -----
     2 4 0 0
     (5 2)4
     2 0 9 6
     -------
       3 0 4 0 0
        (5 2 8)5
       2 6 4 2 5
       ---------
         3 9 7 5  Rest.
```

folglich die Wurzel aus 7 = 2,645.

§. 62. Durch das Anhängen der Nullen kann eine solche Rechnung ins Unendliche fortgesetzt werden, welches theils schon daraus erhellet, daß, mit welcher Klasse man auch immer aufhören mag, immer das Quadrat der letzten Ziffer der Wurzel von einer Nulle subtrahirt werden, mithin immer ein Rest übrig bleiben müsse, anderntheils aber auch nach §. 59. überhaupt kein Bruch möglich ist, welcher die Quadratwurzel genau ausdrückt, ob man sie gleich desto genauer findet, je weiter man eine solche Rechnung fortsetzt. Den übrigen Rest läßt man am Ende einer solchen Rechnung weg, weil er, wenn man viele Paare Nullen angehängt hat, sehr kleine Theile in sich enthält; so wird der Rest 3975 in der vorhergehenden Aufgabe, wenn man die Rechnung fortsetzen wollte, immer weniger als $\frac{1}{1000}$ des Ganzen betragen. Weil also eine solche Rechnung durch dies Anhängen der Nullen sich ins Uendliche fortsetzen läßt, so muß man, ehe man zu rechnen anfängt, vorher bestimmen, auf wie viel Decimalstellen die Wurzel berechnet werden soll; hiebey ist noch anzumerken, daß eben so viele Paare Nullen angehängt werden müssen, auf so viel Decimalstellen man die Wurzel verlangt.

Aufgabe.

Man soll die Quadratwurzel aus 3 bis auf die 4te Decimalstelle berechnen.

Auflösung.

Man hänge an die gegebene Zahl 3. 4 Paar Nullen.

```
3 | 00 | 00 | 00 | 00 | 17320
1
―――――
2 0 0
 (2)7
1 8 9
――――――――
  1 1 0 0
   (3 4)3
  1 0 2 9
  ――――――――
     7 1 0 0
    (3 4 6)2
     6 9 2 4
    ――――――――
      1 7 6 0 0
     (3 4 6 4)0
     ――――――――――
Rest = 17600
```

folgl. $\sqrt[2]{3} = 1,7320$.

Weitere Beyspiele.

$\sqrt[2]{350000} = 5,91$. $\sqrt[2]{50000} = 2,24$.

$\sqrt[2]{0,7500} = 0,86$. $\sqrt[2]{0,26923076} = 0,5188$.

$\sqrt[2]{13,416666} = 3,662$.

§. 63.

§. 63.

Das Extrahiren der Quadratwurzel aus Brüchen.

Wenn Zähler und Nenner eines Bruchs rationale Zahlen sind, so ist die gewöhnliche Regel diese: daß man aus dem Zähler und Nenner, jedem besonders die Quadratwurzel extrahire.

Z. E. $\sqrt[2]{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; $\sqrt[2]{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$; $\sqrt[2]{\frac{81}{144}} = \frac{9}{12}$.

Es ist also die Wurzel aus einem Bruch wieder ein Bruch, dessen Zähler und Nenner die Wurzeln jenes Zählers und Nenners sind.

§. 64. Wenn Zähler und Nenner eines Bruchs Irrationalzahlen sind, so muß man den gegebenen Bruch in einen Decimalbruch verwandeln §. 52. so kann man doch wenigstens aus dem Nenner die Wurzel genau erhalten, wobei aber noch zu bemerken ist, daß bei der Verwandlung so viele Paar Nullen angehängt werden müssen, auf so viele Decimalstellen die Wurzel verlangt wird.

Aufgabe.

Man soll aus $\frac{3}{4}$ die Quadratwurzel bis in die 2te Decimalstelle berechnen.

Auflösung.

Man verwandle den Bruch $\frac{3}{4}$ in einen Decimalbruch, so ist $\frac{3}{4} = 0{,}7500$, aus dem gefundenen Decimalbruch 0,7500 die Wurzel

```
0 | 75 | 00 | 0,86
  | 64 |    |
  ------
     1100
     (16)6
      996
   ------
Rest = 104
```

also $\sqrt[2]{\frac{3}{4}} = 0{,}86 \ldots$

Aufgabe.

Man soll aus $\frac{7}{11}$ die Wurzel bis in die 1000 Theile berechnen.

Auflösung.

$\frac{7}{11} = 0{,}63\ 63\ 63.$ hieraus die Wurzel.

```
0, | 63 | 63 | 63 | 0,797
   | 49 |
   ------
     14 63
     (14)9
     13 41
     -------
       1 226 3
        (158)7
        1 1109
       --------
Rest = 1 154
```

folgl. $\sqrt[2]{\frac{7}{11}} = 0{,}797 \ldots$

Wei=

Weitere Beyspiele zur Uebung.

Man soll aus $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ die Quadratwurzel bis in die 1000 Theile berechnen.

Auflösung. $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$ diesen Bruch in einen Decimalbruch verwandelt giebt $= 0,9166$. hieraus die Wurzel.

$$
\begin{array}{l}
0,91 \mid 66 \mid 095 \\
\underline{81} \\
10\,6\,6 \\
(18)5 \\
\underline{925} \\
\text{Rest} = 141
\end{array}
$$

folgl. $\sqrt[2]{(\frac{2}{3}+\frac{1}{4})} = 0,95 \ldots$

Aufgabe.

Man soll $\sqrt[2]{((\frac{3}{4}+\frac{5}{8}).\frac{4}{5})}$ bis auf die 3te Stelle finden.

Auflösung.

$(\frac{3}{4}+\frac{5}{8}).\frac{4}{5} = \frac{4+20}{32}.\ \frac{4}{5} = \frac{32}{44}.\ \frac{4}{5} = \frac{10}{11}$

giebt zum Decimalbruch $= 1,100000$ hieraus die Wurzel, so wird

$$\sqrt[2]{((\frac{3}{4}+\frac{5}{8}).\frac{4}{5})} = 1,048. \ldots$$

Mehrere Beyspiele dieser Art.

$$\sqrt[2]{(\tfrac{3}{4}.\tfrac{7}{8}} = \sqrt[2]{\tfrac{21}{32}} = 0{,}810\ldots$$

$$\sqrt[2]{(\tfrac{1}{5}:(\tfrac{3}{5}+\tfrac{1}{7}))} = \sqrt[2]{\tfrac{1}{5}:\tfrac{26}{35}} = \sqrt[2]{(\tfrac{1}{5}.\tfrac{35}{26})} = 0{,}5188\ldots$$

Die Quadratwurzel aus $4\frac{3}{4} + 8\frac{2}{3}$ bis in die Tausendtheile berechnet giebt $= 3{,}662\ldots$

$\sqrt[2]{(\frac{3}{5} + \frac{1}{7})}$ — bis in die 10000 Theile berechnet ist $= 0{,}2760\ldots$

Die Wurzel aus $(4.\frac{3}{4}) + (8.\frac{2}{3})$ bis in die 100 Theile ist $= 2{,}78\ldots$

§. 65.

Von der Probe.

Bey der Probe ist zu erinnern, daß man die herausgebrachte Wurzel mit sich selbst multipliciren, im Fall ein Rest geblieben, denselben zum Produkt addiren müsse, da sodann die gegebene Zahl, aus welcher die Wurzel gezogen, wieder heraus kommen muß.

§. 66.

Von den Kubiczahlen und dem Extrahiren der Kubicwurzel.

Eine Kubiczahl entsteht, wenn man 3 gleiche Factoren in einander multiplicirt, sie ist

also ein Produkt, aus 3 gleichen Factoren, z. E. 125 ist ein Produkt aus 5 mal 5 mal 5. Ein solches Produkt nennt man auch den Kubum ein solches Factors. Das Wort Kubus oder Würfel ist aus der Stereometrie genommen, wo es als ein Körper betrachtet wird, der eben so breit als er hoch und dick ist, und gleiche Körperwinkel hat; eine Kubiczahl ist also auch der körperliche Inhalt eines solchen Körpers.

§. 67. Wenn man den Kubus einer Zahl anzeigen will, so schreibt man oberhalb zur Rechten derselben den Wurzel-Exponenten, d. i. die Zahl 3. z. E. 5^3 bedeutet so viel als 5. 5. 5 = 125. Es ist also leicht eine Zahl in den Kubum zu erheben, man darf nur die gegebene Zahl mit sich selbst, und was heraus kommt noch einmal mit der gegebenen Zahl multipliciren. Auf diese Art erhält man aus den einfachen Zahlen die Kubiczahlen, wenn man die Quadratzahlen in obiger Wurzeltafel §. 56. noch einmal mit der Wurzel multiplicirt. Bringt man sie in eine Tabelle, so erhält man eine Wurzeltafel, welche bey dem Kubicwurzel extrahiren von großem Nutzen ist.

Kubic-Tafel.

Wurzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrate	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Kubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Will man also die Kubicwurzel aus 512 wissen, so sucht man diese Zahl in der dritten Reihe, Kubi, so ist die darüber in der ersten Reihe Wurz. befindliche Zahl 8 die verlangte Kubicwurzel. Eben diese Tafel wird auch bey der Extraction zusammen gesetzter Zahlen gebraucht, wie in der Folge solle gezeigt werden.

§. 68.

Größere Zahlen in Kubum zu erheben.

Z. E. $47^3 = 47 \cdot 47 = 103823$

$298^3 = 298 \cdot 298 \cdot 298 = 26463592$

$487^3 = 487 \cdot 487 \cdot 487 = 115501303$

$879^3 = 879 \cdot 879 \cdot 879 = 679151439.$

§. 69. Einen gegebenen Bruch in Kubum zu erheben.

Auflösung.

Hier bedenke man, daß ein Bruch z. E. $(\frac{2}{3})^3$ eben so viel ist als $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$ folgl. $= \frac{8}{27}$.

Eben so

$$(\tfrac{4}{7})^3 = \tfrac{4}{7} \cdot \tfrac{4}{7} \cdot \tfrac{4}{7} = \tfrac{64}{343}$$

$$(2\tfrac{3}{5})^3 = (\tfrac{13}{5})^3 = \tfrac{13}{5} \cdot \tfrac{13}{5} \cdot \tfrac{13}{5} = \tfrac{2197}{125}$$

hieraus folgt, daß der Kubus eines Bruchs wieder ein Bruch sey, dessen Zähler und Nenner die

die Kubiczahlen von dem Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs sind.

§. 70. Die Kubicwurzel einer Zahl ist diejenige Zahl, welche in ihr eigenes Quadrat multiplicirt, die gegebene Kubiczahl giebt, z. E. von 512 ist 8 die Kubicwurzel. Das Quadrat von 8 ist 64 mit 8 multiplicirt giebt = 64. 8 = 512. Man bezeichnet die Kubicwurzel mit $\sqrt[3]{}$, die in dieses Zeichen eingeschriebene Zahl 3 nennt man den Wurzel-Exponenten. Wenn man also anzeigen will, daß aus 512 die Kubicwurzel gezogen werden soll, so schreibt man:

$$\sqrt[3]{512} = 8; \ \sqrt[3]{27} = 3.$$

§. 71.

Von den rationalen und irrationalen Kubiczahlen.

Diejenige Zahlen, deren Kubicwurzeln ganze Zahlen sind, werden Rationalzahlen genennt, z. E. 512 ist eine Rational, weil ihre Wurzel = 8 ist; so sind z. E. die Zahlen der dritten Reihe obiger Tabelle §. 67. Rationalzahlen, hingegen sind diejenige Kubiczahlen irrational, deren Kubicwurzeln keine ganze Zahlen sind. Z. E. 5 ist eine Irrationalzahl, weil ihre Wurzel größer als 1 und kleiner als 2 ist.

2 ist. Die Kubicwurzeln aus Irrationalzahlen sind weder ganze noch gebrochene Zahlen, und gehören überhaupt in die Klasse der irrational Größen; jedoch kann man sich ihren Wurzeln nähern so weit man will, aber nie ganz erreichen.

§. 72.

Das Extrahiren der Kubicwurzel.

Das Verfahren bey dem Extrahiren der Kubicwurzel ist mit mehr Weitläuftigkeit verbunden, als jenes bey der Quadratwurzel, daher man sich in ihren Regeln sehr zu üben hat.

§. 73. Aus einer gegebenen Zahl, die Kubicwurzel zu extrahiren.

Die Zahl sey 157464.

Wenn die gegebene Zahl 4, 5 bis 6 Ziffer hat, so theile man sie von der Rechten gegen die Linke in Klassen, jede zu 3 Ziffern, wenn auch die zur Linken nur zwey oder eine enthielte, und verfahre alsdann auf folgende Art:

Man

Man nehme

157 | 464 | 54 125 75 : 32 464 300 240 64 32464 0	1) aus der Wurzeltafel §. 67. eine Kubiczahl 125. die so groß oder zunächst kleiner ist als die Klasse zur Linken, und bemerke ihre Wurzel 5 als den ersten Theil der gesuchten Wurzel. 2) Solchen Kubus 125 subtrahire man von der

Klasse zur Linken, und füge dem Rest 32 die Klasse zur Rechten 464 bey.

3) Man nehme das dreyfache Quadrat, des gefundenen Theils 3. 25 = 75 dividire damit, bis in die Hunderte der folgende Klasse, oder in die 3 erste Zahlen 324, und bemerke den Quotienten 4, als den 2ten Theil der gesuchten Wurzel.

4) Man setze das Produkt aus dem 2ten Theil in den Divisor 4. 75 = 300 unter die 3 ersten Zahlen 324. Das dreyfache Produkt aus dem Quadrat des zweyten Theils in den ersten (d. i. 3. 16. 5 = 240) unter die Zehner oder eine Stelle weiter zurück; den Kubus des 2ten Theils (d. i. 4^3 = 64 wieder eine Stelle rückwärts, und subtrahire die Summe dieser Zahlen von der Zahl 32464.

5) Wür-

5) Würde die Summe größer als diese Zahl ist, gefunden, so müßte man den angenommenen Quotienten, immer um Eins so lange vermindern, als es erforderlich ist, z. E., wäre die gegebene Zahl 157456 gewesen: so müßte man in der Wurzel 3 statt 4 setzen. Bleibt

6) nach geendigter Extraktion kein Rest, so ist die gefundene Zahl die genaue Wurzel, folglich der Kubus von 54 der gegebenen Zahl 157456 gleich.

Anderer Fall.

Wenn die gegebene Zahl mehr als sechs Ziffern hat; so theilt man sie wie im ersten Fall in Klassen, und verfährt also:

Es sey die gegebene Zahl = 75955677875.

```
     75 | 955 | 677 | 875 | 4235
     64
48 : 11 955
      9 6
        48
         8
    10088
5292 : 1867677
       15876
         1134
           27
      1598967
536787 : 268710875
         2683935
           31725
             125
         268710875
                 0
```

1) Aus den zwey ersten Klassen zur Linken ziehe man nach dem vorigen Fall die beyden ersten Ziffern 42 der gesuchten Wurzel.

2) Zu dem Reste 1867 setze man die folgende Klasse 677, welches die Zahl 1867677 giebt. Die gefundene Zahl 42 sehe man als den ersten Theil der gesuchten Wurzel an, nehme das Quadrat davon dreymal, giebt 5292, und dividirt damit bis in die Hunderte der dritten Klasse; da denn der Quotient 3 die dritte Ziffer der Wurzel giebt, und man verfährt damit wie im ersten Fall Nro. 4 und 5.

3) Zu dem Rest 268710 setze man die folgende Klasse 875, die gefundene Ziffern 423 sehe man wieder als den ersten Theil der gesuchten Wurzel an, verfahre damit wie Nr. 2. und wiederhole dieses Verfahren für jede folgende Klasse bis zur letzten, da man denn so viele Ziffern für die Wurzel findet als Klassen vorhanden sind. Die hier gefundene Zahl 4235 ist die gesuchte Wurzel wie im ersten Fall Nr. 6.

§. 74.

Die Extraktion der Kubicwurzel aus Irrationalzahlen.

Aus einer ganzen Zahl, welche keine vollkommene Kubiczahl ist, die Wurzel durch Näherung zu finden.

Es

Es sey die gegebene Zahl = 7.

Auflösung.

Man hänge der gegebenen Zahl 7 eine beliebige Anzahl Klassen von Nullen an, jede Klasse zu 3 Nullen, und verfahre übrigens wie in §. 73. In der gefundenen Wurzel schneidet man durch ein Komma so viele Stellen von der Rechten gegen die Linke ab, so viel man Klassen von Nullen der Zahl 7 angehängt hat, so erhält man die Ganze und Decimaltheile wie hier 1,91 . . .

```
   7|000|000|191
   1
  ----
 3:6000
 ------
   27
   243
    729
  -----
   5859
1083:141000
-----------
    1083
      57
       1
-----------
    108871
    ------
     32129
```

Die Rechnung kann auch hier wie §. 62. ins Unendliche fortgesetzt werden, daher man bey einer solchen Rechnung gleichfalls bestimmen muß, auf wie viel Decimalstellen eine solche Rechnung berechnet werden müsse, den Rest am Ende läßt man ganz weg, weil er nicht viel betragen kann; so wird der Rest 32129 in voriger Aufgabe, wenn man noch weiter extrahiren wollte, immer weniger als $\frac{1}{100}$ des Ganzen betragen. Daß eine solche Rech-

Rechnung ins Unendliche gehe, beruht auf eben den Gründen, welche in §. 62. angegeben worden.

Weitere Aufgaben zur Uebung.

Man soll aus 6 die Kubicwurzel bis in die 1000send Theile berechnen.

```
     6 | 000 | 000 | 000 | 1,817
     1
  3 : 5000
       24   )
       192  )
        512 )
     4832
 972 : 168000
       972   )
        54   )
          1  )
       977+1
98283 : 70259000
       687981  )
        26607  )
         32761 )
       69096931
        1162069
```

also $\sqrt[3]{6} = 1{,}817 \ldots$

Auf-

Aufgaben.

Was ist die Wurzel aus 317 bis in die 1000 Theile berechnet?

$$\text{d. i. } \sqrt[3]{317000000000} = 6{,}818\ldots$$

Was ist die Wurzel aus 3 in die 100 Theile berechnet?

$$\text{d. i. } \sqrt[3]{3\,000\,000} = 1{,}44\ldots$$

Was ist die Kubicwurzel aus 487352 bis auf 100 Theile berechnet?

$$\text{d. i. } \sqrt[3]{487352\,000\,000} = 78{,}69\ldots$$

§. 75.

Das Extrahiren der Kubicwurzel aus Brüchen.

Wenn die Brüche rational sind, so extrahirt man aus dem Zähler und Nenner jedem besonders die Wurzel. Die Wurzel des Zählers und des Nenners geben für den neuen Bruch den Zähler und Nenner. Z. E.

$$\sqrt[3]{\frac{216}{729}} = \frac{\sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

§. 76. Wären aber die Brüche irrational, so verwandelt man solche in Decimalbrüche, nur muß man vorher bestimmen, auf wie viel Decimalstellen ein solcher Bruch berechnet werden soll, jede Decimalstelle erhält 3 Nullen, z. E. $\sqrt[3]{\frac{7}{9}}$ soll bis in die 100 Theile berechnet werden, so hat man

$\frac{7}{9} = \frac{7000000}{9} = 0{,}777\ 777$ hieraus die Wurzel.

```
     0,777 | 777 | 0,91
       729
243:   48 777
       24 3
          27
           1
       ------
       24571 :
       ------
       24206 Rest
```

mithin ist die Wurzel aus $\frac{7}{9} = 0{,}91\ldots.$

Beyspiele zur Uebung.

Man soll die Kubicwurzel aus $\frac{5}{8}$ bis in die 1000 Theile berechnen.

$\frac{5}{8} = \frac{5000\ 000\ 000}{8} = 0{,}625000\ 000$

hieraus Radix.

```
          0,625 | 000 | 000 | 0,854
            512
    192:   113000
           ------
            960   )
             600  )
              125 )
           ------
           102125
  21675:  10875000
          --------
             86700  )
              4080  )
                64  )
          --------
           8710864
          --------
            164136 Rest
```

also $\sqrt[3]{\frac{5}{8}} = 0,854.$

Aufgabe.

Was ist die Kubicwurzel aus $4 + \frac{3}{8}$ in 100 Theile berechnet?

$$\sqrt[3]{(4+\tfrac{3}{8})} = \sqrt[3]{3\tfrac{5}{8}} = \sqrt[3]{\tfrac{35}{2}} = 1,29 \ldots$$

§. 77. Bey der Probe merke man sich folgendes: Wenn man die herausgebrachte Wurzel in diejenige Potenz der Kubiczahl erhebt, und im Fall ein Rest geblieben, denselben zum Produkt addirt, so muß die Zahl wieder heraus kommen, woraus man die Wurzel gesucht hat.

§. 78.

§. 78. Auf diese Art könnte man auch die Biquadratwurzel, und die folgende höhere Wurzeln, aus den Zahlen extrahiren; allein das was bisher gesagt worden, ist für den Gebrauch des gemeinen Lebens hinreichend, und überdieß wäre hier das Extrahiren der höhern Wurzeln, mit ihren Regeln viel zu weitläuftig und zu beschwerlich; daher man in der höhern Rechenkunst andere Mittel hat, wodurch man bequemer zur Antwort gelangen kann.

§. 79.

Reduction der geometrischen Maaße.

Die Reduction der geometrischen Maaße, wenn sie, bey einerley oder verschiedenen Namen, von verschiedener Größe sind, lehrt, sie gegenseitig in einander zu verwandeln.

§. 80. Die Reduction aber ist zweyerley, entweder verlangt man eine Menge größerer Einheiten in eine Menge Einheiten des kleinern Namen, und eine gegebene Menge kleinerer Einheiten in die Einheiten des größeren Namens zu reduciren; oder verlangt man ein gegebenes Maaß mit einem andern zu vergleichen, oder man soll erforschen, wie viel Einheiten von dem einen auf das andere gehen.

§. 81. Was nun die erste Reductionsart betrift, so setzt dieselbe die allererste Kenntniß der Arithmetik mit benannten Zahlen voraus, und daß man die Reductionszahlen wisse, welche die Menge deß größern oder des kleineren bestimmen.

§. 82. Die zweyte Reductionsart der Maaße von verschiedener Größe aber setzt voraus, daß man ihre Verhältnisse gegen einander kenne, welche zur Reduction erfordert werden, durch welche man hernach entweder durch eine Gleichung oder durch eine Proportion das Verlangte bewerkstelligen kann. Wenn man z. E. eine Linie hat, deren Länge 6 Zoll ist, und eine andere von 8 ähnlichen Zollen, so sagt man das Verhältniß beyder Linien sey gegeben, oder die erste verhalte sich zur andern wie 6 : 8, und vermittelst dieses Verhältnisses kann man nun das eine Maaß durch das andere ausdrücken.

§. 83. Da bey der Reduction der Maaße in Gegenwärtigem vorzüglich Rücksicht auf das Königlich Würtembergische genommen wird, so soll zuerst gezeigt werden, wie man das alte Maaß in das neuverordnete, und dieses in jenes verwandeln könne.

§. 84.

Eintheilung des alten und neuen Maaßes.

Eine alte Würtembergische Ruthe hält 16 Fuß oder Schuh, 1 Fuß 12 Zoll, 1 Zoll 12 Linien u. s. w. Hieraus ergeben sich demnach folgende Verhältnisse:

Ruthe	Schuh	Zoll	Linien	Scrupel
1	16	192	2304	27648
	1	12	144	1728
		1	12	144
			1	12

§. 85. Eine neu verordnete Würtembergische Ruthe soll haben 10 alte Würtembergische Werkschuhe von 127 alten Pariser Linien, der Fuß oder Schuh 10 Zoll, der Zoll 10 Linien u. s. f. Aus dieser Eintheilung ergeben sich folgende Verhältnisse:

Ruthe	Schuh	Zoll	Linien	Scrupel
1	10	100	1000	10000
	1	10	100	1000
		1	10	100
			1	10

I.

Reduction des Längenmaaßes in das Neue, und zwar der Ruthen.

§. 86. Es beruht aber die Reduction des alt Würtembergischen Maaßes in das Neu-verordnete, auf folgendem: Weil der alte Fuß oder Schuh zur Grundlage angenommen, und fest gesetzt worden, daß 10 von diesen Fußen eine neue Ruthe, Längenmaaß seyn sollen, die alte Ruthe aber 16 dieser Fuße hält, so ist demnach dadurch das Verhältniß beyder Ruthen gegeben. Der Deutlichkeit wegen will ich die Ruthen, Fuß, Zolle, Linien, Tertien, Quarten u. s. w. des alten Maaßes durch die großen lateinischen Buchstaben R, S, Z, L, T, Q u. s. w. ausdrücken, und die ähnlichen Dinge des neuen Maaßes durch r, s, z, l, t, q, u. s. w. Diesemnach wird sich verhalten:

$$R : r = 16 : 10$$

demnach ist $10\,R = 16\,r$.

§. 87. Der Ausdruck dieser Gleichung will so viel sagen, daß 10 alte Ruthen eben so viel in der Länge betragen, als 16 neue Ruthen.

§. 88. Weil nach §. 84. $10\,R = 16\,r$
so ist auch $R = \frac{16\,r}{10}$.

§. 89. Weil diese Gleichung auch so ausgedrückt werden kann $R = r + \frac{6r}{10}$, r aber = 10 s ist, so kann man den Bruch $\frac{6}{10}$ r durch s ausdrücken, alsdann ist $R = r + 6\,s$.

Das heißt: 1 alte Würtembergische Ruthe ist so groß als 1 Ruthe und 6 Fuß der neuen Ruthe.

§. 90. Man wird leicht einsehen, daß man die Gleichung in §. 86. auch umkehren könne, da denn seyn wird:

$$16\,r = 10\,R.$$

und $$r = \tfrac{5}{8}\,R.$$

oder $$r = 0\,R + \tfrac{5}{8}\,R.$$

§. 91. Weil nun $R = 16\,S$, so kann man den Bruch durch S ausdrücken, alsdenn ist

$$r = 0\,R + 10\,S.$$

Aus dieser Gleichung erhellet, daß 1 neue Ruthe eben so viel als 16 Fuß einer alten Ruthe sey.

§. 92. Da man nun durch eine Gleichung die Einheit des alten Maaßes, durch das Neue in §. 88. und die Einheit des neuen Maaßes durch das Alte in §. 91. bestimmt hat, und diese Größen die zur Vergleichung beyder Maaße, ein für allemal berechnet sind, so ist es nun ganz leicht, die Reduction zu bewerkstelligen,

stelligen, weil diese Ausdrücke wirkliche Reductionszahlen sind. Man darf also nur die gesuchte Menge Ruthen in jedem besondern Falle damit multipliciren. Einige Beyspiele werden die Sache noch deutlicher machen.

Aufgabe.

§. 93. Es ist eine gerade Linie nach der alten Ruthe von 16 Fußen gemessen, und 326 Ruthen gefunden worden, wie viel sind es Ruthen nach dem neuen Maaß?

Die Auflösung geschiehet nach der Formel in §. 89. dort ist R = r + 6 s.

folgl. ist auch 326 R = 326 (r + 6 s.)

giebt also für 326 R = 521 r + 6 s.

Es sind demnach 326 alte Ruthen in der Länge eben so viel als 521 Ruthen 6 Fuß des neuen Maaßes.

§. 94. In der Maaß-Ordnung (§. 12.) wird gesagt, daß man die 16schuhige Ruthe fernerhin gebrauchen könne, man müsse aber in der Berechnung die gefundene Ruthen mit 16 multipliciren, und diese Anzahl Schuhe mit 10 dividiren. Von diesem Verfahren nun giebt die Formel §. 88. Rechenschaft.

§. 95. Aufgabe über das umgekehrte Verfahren.

Eine

Eine Linie halte nach dem neuen Maaße 52 Ruthen und 6 Fuß. Wie viel sind es Ruthen nach dem alten Maaß?

Weil nach §. 91. $r = oR + 10S$

so ist auch nach §. 92. $52r = (oR + 10S)52$

$52r = oR + 520S.$

Diese hier zum Vorschein gekommene 520S. verwandle man in die höhere Einheit mit der Zahl 16

so ist $52r = 32R + 8S.$

demnach sind 52 neue Ruthen eben so viel als 32 Ruthen und 8 Schuh des alten Maaßes.

§. 96. Vermittelst der Formeln in §. 89. und §. 91. läßt sich nun eine jede gegebene Menge Ruthen des alten oder neuen Maaßes in Neues, oder Altes Maaß reduciren, ja man kann sich dadurch gar leicht eine Tabelle berechnen, in welcher man jede gegebene Menge bequem aufsuchen kann, ohne nöthig zu haben für einen jeden besondern Fall eine Rechnung zu führen.

§. 97.

Reduction des Fußmaaßes.

Weil der Fuß bey der neuen Ruthe eben die Länge hat wie der Fuß der alten Ruthe, so findet demnach bey diesen keine Reduction statt.

Es ist demnach $S = s.$

§. 98.

§. 98.

Reduction des Zollmaaßes.

Nach der Maaß-Ordnung (§. 2.) soll sich die Länge des Fußes nicht, wohl aber dessen Eintheilung ändern, so daß derselbe statt der bißherigen 12 Zollen, in 10 Zolle eingetheilt werden, und der Zoll 10 Linien haben solle.

§. 99. Demnach sind, weil $12\,Z = S$
und $10\,z = S$
auch $12\,Z = 10\,z$
folglich $z = \frac{10}{12} z = \frac{5}{6} z = 0\,z + \frac{5}{6} z.$

§. 100. Weil aber $z = 10\,l$, so wird aus der Gleichung in §. 99.

$$Z = 0\,z + \tfrac{5}{6}\,10\,l = \tfrac{50}{6}\,l$$

das ist $z = 0\,z + 8\,l + \frac{1}{3}\,l$ weil aber
$l = 10\,t.$
daher $z = 0\,z + 8\,l + 3\,t + \frac{1}{3}\,l.$ und
weil $l = 10\,q.$
so wird endlich $z = 0\,z + 8\,l + 3\,t + 3\frac{1}{3}\,q.$

demnach ist 1 Zoll der alten Eintheilung 8 Linien, 3 Tertien und $3\frac{1}{3}$ Quarten der neuen Eintheilung.

§. 101. Aus der Gleichung in §. 99. folgt auch

$$z = \tfrac{12}{10} Z$$

das ist $z = Z + \tfrac{2}{10} Z$ weil aber $Z = 12\ L$

so ist $z = Z + \tfrac{2}{10} \cdot 12 L$

$z = Z + 2L + \tfrac{4}{10} L$, aber $L\ 12\ T$

folgl. $z = Z + 2L + 4T + \tfrac{8}{10} T$

also: wenn man endlich auf Quarten gehen will, so findet sich für

$$z = Z + 2L + 4T + 9{,}6\,Q.$$

§. 102. Es ist also die Einheit des alten Zollmaaßes in §. 100. durch das Neue, und die Einheit des Neuen in §. 101. in den Theilen des alten Zolles durch eine Gleichung ausgedrückt; mithin gilt auch hier für die Reduction was in §. 92. erinnert worden ist.

Einige hieher gehörige Aufgaben.

§. 103. Eine Linie hält nach dem alten Maaß 9 Zoll, wie viel sind es Zolle nach der neuen Eintheilung?

Für die Berechnung ist

nach §. 100. $Z = 0z + 8l + 3t + 3\tfrac{1}{3}q$

folglich ist auch $9\,Z = (0z + 8l + 3t + 3\tfrac{1}{3}q)\,9$

das giebt für $9\,Z = 7z + 5l$.

Ein

Ein Beyspiel über das umgekehrte Verfahren.

§. 104. Eine Linie hält 8 Zoll nach dem neuen Maaß, wie viel sind es Zolle nach dem Alten?

Für die Berechnung ist

nach §. 101. $z = Z + 2L + 4T + 9{,}6Q$

demnach ist auch $8z = (Z + 2L + 4T + 9{,}6Q)\,8$

giebt für $8z = 9Z + 7L + 2T + 4{,}8Q$

Also machen 8 Zoll neues Maaß nach dem Alten: 9 Zoll, 7 Linien, 2 Tertien, 4,8 Quarten.

Anmerkung. In der Berechnung dieser Formel muß man das was durch die Multiplication bey jeder Sorte gefunden, allemal auf die nächst vorhergehende Einheit durch Division mit 12 reduciren, auf diese Art sind die in der Aufgabe gefundene $9^{\text{II}}\ 7^{\text{III}}\ 2^{\text{IV}}\ 4{,}8^{\text{V}}$ entstanden.

§. 105.

Reduction des Linienmaaßes.

Wenn man eine Gleichung für die Reduction des Alt Linienmaaßes in das Neue, und für dieses in jenes finden will, so muß man die Verhältniß zwischen alten und neuen Linien, durch Zwischen-Verhältnisse bestimmen. Aus dieser gefundenen Verhältniß wird sich hernach die

die verlangte Gleichung leicht herleiten lassen. Z. E. Man weiß daß sich verhalten

$$L : Z = 1 : 12$$
$$Z : S = 1 : 12$$
$$S : R = 1 : 16$$
$$R : r = 16 : 10$$
$$r : s = 10 : 1$$
$$s : z = 10 : 1$$
$$z : l = 10 : 1$$

folgl. ist auch $L : l = 16.10.10.10 : 12.12.16.10.$ und wenn man in den hintern Gliedern aufhebt,

so ist $L : l = 25 : 36.$

§. 106. Aus dieser gefundenen Proportion folgt die Gleichung: $36\,L = 25\,l$

und für die Einheit ist

$L = \frac{25}{36} l = 0\,l + \frac{25}{36} l$ aber weil $l = 10\,t$

so ist $L = 0\,l + 6\,t + \frac{34}{36} t$ und weil $t = 10\,q$

§. 107. so wird endlich $L = 0\,l + 6\,t + 9{,}444 \ldots q.$

§. 108. Für die Einheit des neuen Maaßes wird aus der Gleichung in §. 106.

$l = \frac{36}{25} L = L + \frac{11}{25} L$ und weil $L = 12\,T$

so ist $l = L + 5\,T + \frac{7}{25} T$ aber weil auch $T = 12\,Q$

so wird $l = L + 5\,T + 3{,}36\,Q.$

Auf-

Aufgaben für die Gleichungen in §. 107. und §. 108.

§. 109. Wie viel Linien neues Maaß geben 7 Linien des alten Maaßes?

Für die Berechnung ist

nach §. 107. $L = 0l + 6t + 9{,}444 \ldots q$

folglich ist auch $7.L = (0l + 6t + 9{,}444 \ldots q)\,7$

das giebt für $7.L = 4l + 8t \quad + 6\,q.$

Also machen 7 Linien altes Maaß, 4 Linien, 8 Tertien und 6 .... Quarten des neuen.

Beyspiel über das umgekehrte Verfahren.

§. 110. Man hat 9 Linien neues Maaß, wie viel machen sie altes Maaß?

Für die Berechnung ist die Formel in §. 108.

dort ist $l = L + 5\,T + 3{,}36\,Q$

folglich ist auch $9l = (L + 5\,T + 3{,}36\,Q)\,9$

das giebt für $9l = 12\,L + 11\,T + 6{,}24\,Q.$

Also machen 9 Linien neues Maaß nach dem Alten 12 Linien, 11 Tertien u. 6,24 Quarten.

Bey der Multiplication der Formel mit der gegebenen Menge gilt auch hier die Bemerkung in §. 104. Anmerk.

§. 111.

Reduction des Tertien- oder Scrupelmaaßes.

Damit man nicht nöthig hat die Verhältniß des alten Tertienmaaßes zum Neuen aus ihren Zwischen-Verhältnissen herzuleiten, wie bey dem Linienmaaß in §. 105., so kann man die Verhältniß aus den Tabellen §. 84. und 85. nehmen, dort ist:

$$S = 1728\,T \quad §.\ 84.$$

und $$S = 1000\,t \quad §.\ 85.$$

demnach ist auch

$$1728\,T = 1000\,t.$$

§. 112. Hieraus folgt für die Einheit:

$$T = \tfrac{1000}{1728}t = 0\,t + \tfrac{1000}{1728}t$$ weil aber

$$t = 10\,q$$

so wird $T = 0\,t + 5{,}787 \ldots q.$

§. 113. Für die Einheit des neuen Maaßes wird aus der Gleichung in §. 111.

$$t = \tfrac{1728}{1000}T = T + \tfrac{728}{1000}T$$ aber

$$T = 12\,Q$$

demnach $t = T + 8{,}736\,Q.$

Beyspiele für die Gleichungen in §. 112. und §. 113.

§. 114.

§. 114. Wie viel Tertien oder Scrupel des neuen Maaßes geben 5 Tertien des Alten?

Nach §. 112. ist $T = 0t + 5{,}787\,q$

demnach ist auch $5T = (0t + 5{,}787\,q)\,5$

das ist $5T = 2t + 8{,}935\,q$.

Also sind diese 5 Tertien altes Maaß, so viel als 2 Tertien und 8,935 Quarten des Neuen.

§. 115. Wie viel Tertien des alten Maaßes machen 8 Tertien von dem Neuen?

Nach §. 113. ist $t = T + 8{,}736\,Q$

folglich ist auch $8t = (T + 8{,}736\,Q)\,8$

das giebt für $8t = 13\,T + 9{,}888\,Q$.

Es sind also 8 neue Tertien so viel als 13 Tertien und 9,888 Quarten des alten Maaßes.

§. 116. Auf diese Art kann man auch Formeln für noch kleinere Einheiten berechnen, da man aber bey dem gewöhnlichen Feldmessen keine solche Genauigkeit verlangt, und überdieß von keinem Nutzen wäre, so wäre es überflüßig für dieselbe dergleichen Formeln zu berechnen.

§. 117. Man kann sich aber auch der Logarithmen bedienen, wovon aber weiter unten bey zusammengesetzteren Aufgaben die Anwendung derselben von größerem Nutzen seyn wird.

§. 118. Weil die bisher gefundene Formeln bey vorkommenden Rechnungen von nicht geringem Nutzen sind; so wird es nicht undienlich seyn, wenn dieselbe zu einer bessern Uebersicht hier noch einmal zusammen gestellt werden.

Formeln für das Maaß der alten Ruthe.

1) $R = r + 6s$

2) $S = s$

3) $Z = 0z + 8l + 3t + 3\frac{1}{3}q$

4) $L = \quad 0l + 6t + 9{,}44 \ldots q$

5) $T = \quad 0t + 5{,}787 \ldots q.$

Formeln für das Maaß der neuen Ruthe.

1) $r = 0R + 10S$

2) $s = S$

3) $z = Z + 2L + 4T + 9{,}6Q$

4) $l = L + 5T + 3{,}36Q$

5) $t = T + 8{,}36Q$

§. 119. Bisher ist die Anwendung dieser Formeln nur in solchen Beyspielen gezeigt worden, in welchen eine gegebene Menge in einer und eben derselben Einheit in den Theilen des andern Maaßes ausgedrückt wurde. In den folgenden Aufgaben aber sind neben der Menge einer gegebenen höhern Einheit, noch mehrere

kleinere Einheiten mit gegeben, und bey diesen Aufgaben können obige Formeln mit Vortheil gebraucht werden.

Aufgabe.

§. 120. Eine Linie hält nach dem alten Maaße 36 Ruthen, 8 Fuß, 7 Zoll, 5 Linien und 6 Tertien. Wie viel hält sie Ruthen, Schuh ꝛc. nach dem neuen Maaß?

Es sind also aus den Formeln in §. 118.

$36\,R =$	$57r +$	$6s +$	$0z +$	$0l +$	$0t +$	$0q$
$8\,S =$		$8s$	⸗	⸗	⸗	⸗
$7\,Z =$	⸗	⸗	$5z +$	$8l +$	$3t +$	$3\tfrac{1}{3}q$
$5\,L =$	⸗	⸗	⸗	$3l +$	$4t +$	$7{,}2q$
$6\,T =$	⸗	⸗	⸗	⸗	$3t +$	$4{,}7q$

demnach sind:

$$36R + 8S + 7Z + 5L + 6T = 58r + 4s + 6z + 2l + 1t + 5{,}2q$$

das ist: obiges Maaß giebt in dem Neuen 58 Ruthen, 4 Schuh, 6 Zoll, 2 Linien, 1 Scrupel und 5,2 Quarten.

Aufgabe.

§. 121. Eine Linie hält nach der alten Ruthe 47 Ruthen, 3 Zoll und 9 Tertien. Wie viel sinds nach der neuen Ruthe?

Nach

Nach den Formeln in §. 118. sind

$$
\begin{array}{l}
47\,R = 75r + 2.s + 0z + 0l + 0t + 0q \\
3\,Z = \quad „ \quad „ \quad 2z + 5l + 0t + 0q \\
9\,T = \quad „ \quad „ \quad „ \quad „ \quad 5t + 2{,}083q
\end{array}
$$

also $47R + 3Z + 9T = 75r + 2.s + 2z + 5l + 5t + 2{,}083q$
das ist: 75 Ruthen, 2 Schuh, 2 Zoll, 5 Linien, 5 Tertien, 2,083 Quarten nach dem neuen Maaß.

Umgekehrter Fall der Aufgabe in §. 120.

§. 122. Wie viel nach dem alten Maaß geben 58 Ruthen, 4 Schuh, 6 Zoll, 2 Linien, 1 Scrupel des neuen Maaßes?

Auflösung.

Aus den Formeln in §. 118 sind

$$
\begin{array}{l}
58\,r = 36R + 4S + 0Z + 0L + 0T + 0Q \\
4\,s = \quad „ \quad + 4S + \quad „ \quad „ \quad „ \quad „ \\
6\,z = \quad „ \quad „ \quad + 7Z + 2L + 4T + 9{,}6Q \\
2\,l = \quad „ \quad „ \quad „ \quad + 2L + 10T + 6{,}72Q \\
1\,t = \quad „ \quad „ \quad „ \quad „ \quad + 1T + 8{,}736Q
\end{array}
$$

$58r + 4s + 6z + 2l + 1t = 36R + 8S + 7Z + 5L + 5T + 1{,}056Q$

also machen 58 Ruthen, 4 Schuh, 6 Zoll, 2 Linien, 1 Scrupel neues Maaß eben so viel, als 36 Ruthen, 8 Schuh, 7 Zoll, 5 Linien, 4 Tertien und 4,56 Quarten des alten Maaßes.

Noch ein Beyspiel.

§. 123. Man hat 136 Ruthen, 8 Schuh, 9 Zoll, 5 Linien nach dem neuen Maaßstabe gefunden, wie viel beträgt dieses nach dem alten Maaßstab?

Aus den Formeln in §. 118. sind

$$\begin{array}{rl} 136\ r = & 85R + 0S + 0Z + 0L + 0T + 0Q \\ 8\ s = & \text{〃}\ \ 8S\ \ \text{〃}\ \ \text{〃}\ \ \text{〃}\ \ \text{〃} \\ 9\ z = & \text{〃}\ \ 10Z + 9L + 7T + 2{,}4Q \\ 5\ l = & \text{〃}\ \ \text{〃}\ \ 7L + 2T + 4{,}8Q \\ \hline \end{array}$$

also sind

$$136r + 8S + 9Z + 5l = 85R + 8S + 11Z + 4L + 9T + 7{,}2Q$$

oder: 136 Ruthen, 8 Schuh, 9 Zoll, 5 Linien neues Maaß machen 85 Ruthen, 8 Schuh, 11 Zoll, 5 Linien, 9 Scrupel u. 7,2 Quarten altes Maaß.

Berechnung einiger Aufgaben nach Logarithmen.

§. 124. Wie viel nach der neuen Ruthe, geben 27 Ruthen, 5 Schuh, 7 Zoll und 9 Linien altes Maaß?

Bey dieser Berechnung muß man das gegebene Maaß auf lauter Linien reduciren.

Es sind demnach 27 Ruthen, 5 Schuh, 7 Zoll, 9 Linien in Linien verwandelt

= 63021 L.

Nimmt

Nimmt man nun die Verhältniß aus §. 84. und §. 85. so ist 144 L: 100 l = 63021 L: x.l

folgl. $x = \frac{63021 \cdot 100}{144}$

$$\begin{array}{lcl} \text{Log. } 63021 & = & 4,7994853 \\ \text{Log. } 100 & = & \underline{2,0000000} \\ & & 6,7994853 \\ \text{Log. } 144 & = & \underline{2,1583625} \\ & & 4,6411228 \end{array}$$

diesem Logarithmen entspricht die Zahl 437646 das ist 43764,6 l.

folglich 27 Ruthen, 5 Schuh, 7 Zoll, 9 Linien = 43 r, 7 s, 6 z, 4,6 l.

§. 125. Eine Linie hält 136 Ruthen, 8 Schuh, 9 Zoll, 5 Linien nach der neuen Ruthe. Wie viel Ruthen, Schuh rc. machen sie nach der alten Ruthe?

Weil 136 Ruthen 8′ 9″ 5‴ = 136895 l

so ist nach §. 84. und 86.

100 l : 144 L = 136895 l : x L

$x = \frac{144 \cdot 136895}{100}$

$$\begin{array}{lcl} \text{Log. } 144 & = & 2,1583625 \\ \text{Log. } 136895 & = & \underline{5,1363876} \\ & & 7,2947501 \\ \text{Log. } 100 & = & \underline{2,0000000} \\ & & 5,2947501 \end{array}$$

Zu

Zu diesem Logarithmen gehört die Zahl 197128,8 L diese gefundene Linien müssen nun mit der Zahl 12 auf Zolle, Schuh, und mit 16 auf Ruthen gebracht werden.

also $\frac{197128,8}{12}$ = 16427 Zoll, 4,8 L

$\frac{16427}{12}$ = 1368 Schuh, 11 Z

$\frac{1368}{16}$ = 85 Ruthen, 8 S

oder 136 Ruthen, 8 Schuh, 9 Zoll, 5 Linien nach dem neuen Maaß machen nach dem Alten 85 Ruthen, 8 Schuh, 11 Zoll, 4,8 Linien.

II.

Reduction des Quadratmaaßes.

Eintheilung des alten und neuen Quadratmaaßes.

§. 126. Weil eine Alt-Würtembergische Längen-Ruthe 16 Fuß, 1 Fuß 12 Zoll, 1 Zoll 12 Linien hält; so hat eine Quadratruthe 16. 16 = 256 Quadratfuß, 1 Quadratfuß 12.12 = 144 Quadratzolle; 1 Quadratzoll 12. 12 = 144 Quadratlinien ꝛc. Woraus sich folgende Verhältnisse ergeben:

Ru-

Ruthen	Fuß	Zoll	Linien
1	256	36864	5308416
	1	144	20736
		1	144

§. 127. Eine neue Wirtembergische Ruthe hält 10 alte Fuß, 1 Fuß 10 Zoll, 1 Zoll 10 Linien ꝛc. mithin hält eine neue Quadratruthe 10. 10 = 100 Quadratfuß; 1 Quadratfuß 10. 10 = 100 Quadratzolle; 1 Quadratzoll 10. 10 = 100 Quadratlinien ꝛc. Aus diesem ergeben sich folgende Verhältnisse:

Ruthen	Fuß	Zoll	Linien
1	100	10000	1000000
	1	100	10000
		1	100

§. 128. Wegen der Bequemlichkeit im Rechnen, bezeichne man die Quadratruthen, Schuh, Zoll, Linien ꝛc. des alten Maaßes mit R^2, S^2, Z^2, L^2, ꝛc. und bey der neuen Ruthe die ähnliche Dinge mit r^2, s^2, z^2, l^2, ꝛc. so erhellet aus §. 126. u. 127. daß sich verhält:
$R^2 : r^2 = 256 : 100$

aus dieser Proportion folgt:

$$100\, R^2 = 256\, r^2.$$

Die letzte Gleichung will demnach so viel sagen, daß 100 Quadratruthen des alten Maaßes im

im Flächenraume eben so viel betragen, als 256 Quadratruthen des neuen Maaßes.

§. 129. Drückt man die Einheit der alten Ruthe in der Gleichung in §. 128. in den Theilen des neuen Maaßes aus, so ist

$$R^2 = \frac{256r^2}{100}$$

$$R^2 = 2r^2 + \frac{56r^2}{100} \text{ weil aber } r^2 = 100s^2$$

so wird $R^2 = 2r^2 + 56s^2$.

§. 130. Aus §. 128. folgt auch

für $r^2 = \frac{100R^2}{256}$

$$r^2 = 0R^2 + \frac{100}{256}R^2, \text{ aber } R^2 = 256S^2$$

demnach $r^2 = 0R^2 + 100S^2$.

§. 131. Bey der Reduction des einen oder des andern Maaßes, gilt auch die Bemerkung in §. 92. in Absicht auf die zu reducirende Menge.

Aufgabe.

§. 132. Ein Stück Feld hält nach dem alten Quadratmaaß 150 Ruthen. Wie viel Quadratruthen sind es nach dem neuen Maaß?

Weil nach §. 129. $R^2 = 2r^2 + 56s^2$

so ist auch $150\ R^2 = (2r^2 + 56s^2)\,150$

das giebt für $150\ R^2 = 384r^2$.

§. 133.

§. 133. Hieraus folgt also, daß 150 Ruthen nach dem alten Maaße, eben so viel Flächenraum ausmachen, als 384 Ruthen nach dem neuen Maaße. Nun machen 150 alte Quadratruthen einen Würtembergischen Morgen, folglich machen jezo 384 neue Quadratruthen auch einen Morgen, der eben die Größe hat, wie bisher der Alt Würtembergische Morgen. Die Formel in §. 132. giebt von der Angabe in der Maaß Ord. §. 3. Rechenschaft.

Anmerkung. Ein halber Morgen hält demnach 192 Quadratruthen. Ein viertels Morgen 96 Quadratruthen. Ein achtels Morgen 48 Quadratruthen. Ein 16tels Morgen oder ein halb achtels Morgen 24 Quadratruthen neues Maaß.

Aufgabe.

§. 134. Ein Jauchert, Mannsmad oder Tagwerk, jedes hält $1\frac{1}{2}$ Morgen = 225 Quadratruthen altes Maaß. Wie viel sind es Ruthen nach dem neuen Maaß?

Weil nach §. 52. $R^2 = 2r^2 + 56s^2$

so ist auch $225\ R^2 = (2r^2 + 56s^2)\,225$

das giebt für $225\ R^2 = 576r^2$.

Mithin hält 1 Jauchert, Mannsmad oder Tagwerk, 576 neue Quadratruthen, welches eben so viel Flächenraum ist, als 225 alte Quadratruthen.

§. 135.

Reduction des Fuß-Quadratmaaßes.

Es ist aus der Elementar-Geometrie bekannt, daß wenn zwey gerade Linien einander gleich sind, auch ihre Quadrate einander gleich seyn müssen. Nun ist $S = s$ folglich ist auch $S^2 = s^2$ demnach findet hier keine Vergleichung statt.

§. 136.

Reduction des Quadrat-Zollmaaßes.

Weil nach §. 99. $12 Z = 10 z$ so verhält sich

$$Z : z = 10 : 12$$

folglich aus Arithmetischen Gründen auch

$$Z^2 : z^2 = 10^2 : 12^2$$

aus dieser Proportion wird

$$12^2 Z = 10^2 z$$

das ist $144 Z^2 = 100 z^2$.

§. 137. Bestimmt man die Einheit des alten Maaßes in den Theilen des neuen in dieser Gleichung

so ist $Z^2 = \frac{100}{144} z^2$

$$Z^2 = 0 z^2 + \frac{100}{144} z^2, \text{ weil aber}$$

$$z^2 = 100 l^2$$

so ist $Z^2 = 0 z^2 + 69 l^2 + \frac{64}{144} l^2$ folgl. wegen

$$l^2 = 100 t^2$$

$$Z^2 = 0 z^2 + 69 l^2 + 44{,}44 \ldots t^2.$$

§. 138.

§. 138. Für die Einheit des neuen Maaßes in den Theilen des Alten ausgedrückt, ist

$$z^2 = \frac{144}{100} Z^2$$

$$z^2 = Z^2 + \frac{44}{100} Z^2 \quad \text{aber } Z^2 = 144$$

demnach $z^2 = Z^2 + 63 L^2 + \frac{36}{144} L^2$ und weil

$$L^2 = 144 T^2$$

so wird $z^2 = Z^2 + 63 L^2 + 51{,}84 T^2$.

Einige hieher gehörige Beyspiele.

§. 139. Exempel für Z^2.

Wie viel neue Quadratzolle betragen 36 alte Quadratzolle?

In §. 137 ist $Z^2 = 0z^2 + 69l^2 + 44{,}44 \ldots t^2$
folgl. ist auch $36Z^2 = (0z^2 + 69l^2 + 44{,}44 \ldots t^2)36$
das giebt für $36Z^2 = 24z^2 + 99l^2 + 99{,}84t^2$

wegen dem unvollkommenen Decimalbruch in §. 137. kann man hier ohne einen beträchtlichen Fehler zu begehen setzen:

$$36 Z^2 = 25 z^2 + \ldots\ldots$$

Berechnet man die Aufgabe nach Logarithmen, so erhält man das Resultat etwas genauer.

Z. E. Weil in §. 137. $Z^2 = \frac{100}{144} z^2$

folglich $36\, Z^2 = 36 . \frac{100}{144} z^2$

Log. 36 = 1, 5563025
Log. 100 = 2, 0000000

3, 5563025

Log. 144 = 2, 1583625

1, 3980400

diesem Logarithmen entspricht in den Tabellen die Zahl 2500575

das giebt für $36\, Z^2 = 25\, z^2\, 00\, l^2\, 57{,}5\, t^2$

oder 36 Zoll altes Maaß geben 25 Zoll und 57,5 Linien des Neuen.

§. 140. Exempel für z^2.

Eine Fläche hält 48 neue Quadratzolle, wie viel sind es alte Quadratzolle?

In §. 138 ist $z^2 = Z^2 + 63 L^2 + 51{,}84 T^2$

demnach ist auch

$$48 z^2 = (Z^2 + 63 L^2 + 51{,}84 T^2) 48$$

das giebt für $48 z^2 = 69 Z^2 + 7 L^2 + 40{,}32 T^2$

Berechnung nach Logarithmen.

Aus §. 138. ist $z^2 = \frac{144}{100} z^2$

also $48 z^2 = 48 \times 1{,}44\, Z^2$

Log. 48 = 1, 6812412
Log. 1,44 = 0, 1583625

1, 8395027

Zu

zu diesem Logarithmen gehört die Zahl 69 10 39

$$\text{also } z^2 = 69\,Z^2 + 10\,L^2 + 39\,T^2$$

die letzte Rechnung giebt ungefähr $3\,L^2$ mehr als die erste.

§. 141.

Reduction des Linien-Quadratmaaßes.

Weil sich in §. 105. verhält:

$$L : l = 25 : 36$$

so verhält sich auch aus Arithmetischen Gründen

$$L^2 : l^2 = 25^2 : 36^2.$$

§. 142. Aus dieser Proportion folgt:

$$36^2 L^2 = 25^2\,l^2$$

das ist: $1296\,L^2 = 625\,l^2$.

§. 143. Bestimmt man die Einheit des alten Maaßes in den Theilen des Neuen

so ist $L^2 = \frac{625}{1296}\,l^2$

$L^2 = 0\,l^2 + \frac{625}{1296}\,l^2$ weil aber $l^2 = 100\,t^2$

so wird $L^2 = 0\,l^2 + 48{,}225\ldots t^2$.

§. 144. Aus §. 142. folgt auch

für $l^2 = \frac{1296}{625}\,L^2$

$l^2 = 2\,L^2 + \frac{46}{625}\,L^2$ weil aber $L^2 = 144\,T^2$

so wird $l^2 = 2\,L^2 + 10{,}6\,T^2$.

Einige hieher gehörige Beyspiele.

§. 145. Exempel für L^2.

Wie viel Linien neues Quadratmaaß geben 108 Linien des Alten?

Nach §. 143. ist $L^2 = 0 l^2 + 48,225 t^2$

demnach auch

$$108\, L^2 = (0 l^2 + 48,225 t^2)\, 108$$

das ist $108\, L^2 = 52 L^2 = 52 l^2 + 08,3\, t^2$

Berechnung nach Logarithmen.

Aus §. 143. ist $L^2 = \frac{625}{1296} l^2$

also auch $108\, L^2 = 108 \times \frac{625}{1296} l^2$

Log.	625 =	2, 795 8800
Log.	108 =	2, 033 4238
		4, 829 3038
Log.	1296 =	3, 112 6050
		1, 716 6988

zu diesem Log. gehört die Zahl 5208334

also $L^2 = 52 l^2 + 08,334 t^2$.

§. 146. Exempel für l^2.

Man soll 75 neue Quadratlinien auf altes Maaß reduciren.

Nach §. 144. ist $l^2 = 2 L^2 + 10,6\, T^2$

folglich auch $75 l^2 = (2 L^2 + 10,6\, T^2)\, 75$

das giebt für $75 l^2 = 155 L^2 + 75 T^2$.

Be-

Berechnung dieser Aufgabe nach Logarithmen.

In §. 144. ist $l^2 = \frac{1296}{625} L^2$

also auch $75 l^2 = 75 \times \frac{1296}{625} L^2$

Log. 75	=	1, 875 0613
Log. 1296	=	3, 112 6050
		4, 987 6663
Log. 625	=	2, 795 8800
		2, 191 7863

zu diesem Logarithmen gehört die Zahl 15552

demnach ist $75 l^2 = 155 L^2 + 74{,}88 T^2$.

§. 147. Kurze Uebersicht der für das Alte und Neue Quadratmaaß gefundenen Formeln.

Formeln für das Alte Quadratmaaß.

1) $R^2 = 2 r^2 + 56 s^2$

2) $S^2 = s^2$

3) $Z^2 = 0 z^2 + 69 l^2 + 44{,}44 \ldots t^2$

4) $L^2 = 0 l^2 + 48{,}225 \ldots t^2$.

Formeln für das Neue Quadratmaaß.

1) $r^2 = 0 R^2 + 100 S^2$

2) $s^2 = S^2$

3) $z^2 = Z^2 + 63 L^2 + 51{,}84 T^2$

4) $l^2 = 2 L^2 + 10{,}6 T^2$.

§. 148.

§. 148. **Anwendung dieser Formeln, auf zusammen gesetztere Aufgaben.**

Eine Fläche hält 226 Alte Quadratruthen, 18 Fuß, 36 Zoll und 45 Linien, wie viel macht es nach dem Neuen Maaß?

Es sind also aus den Formeln in §. 147.

$226\ R^2 =$	$578\ r^2$	$+\ 56\ s^2$	$+\ 0\ z^2$	$+\ 0\ l^2$	$+\ 0\ t^2$
$18\ S^2 =$	"	$+\ 18\ s^2$	"	"	"
$36\ Z^2 =$	"	"	$+\ 24\ z^2$	$+\ 99\ l^2$	$+\ 99{,}84\ t^2$
$45\ L^2 =$	"	"	"	$+\ 21\ l^2$	$+\ 70{,}125\ t^2$

Also sind

$$226\,R^2 + 18\,S^2 + 36\,Z^2 + 45\,L^2$$

$$= 578\,r^2 + 74\,s^2 + 25\,z^2 + 21\,l^2 + 69{,}965\,t^2.$$

§. 149. Eine Fläche hält 154 Ruthen, 87 Fuß, 54 Zoll und 75 Linien Neues Maaß, wie viel beträgt solches nach dem Alten?

Aus den Formeln §. 147. sind

$154\ r^2 =$	$60\ R^2$	$+\ 40\ S^2$	$+\ 0\ Z$	$+\ 0\ L^2$	$+\ 0\ T^2$
$87\ s^2 =$	"	$+\ 87\ S^2$	"	"	"
$54\ z^2 =$	"	"	$77\ Z^2$	$+\ 109\ L^2$	$+\ 63{,}36\ T^2$
$75\ l^2 =$	"	"	$1\ Z^2$	$+\ 11\ L^2$	$+\ 75\ T^2$

Also sind

$$154\,r^2 + 87\,s^2 + 54\,z^2 + 75\,l^2$$

$$= 60\,R^2 + 127\,S^2 + 78\,Z^2 + 120\,L^2 + 138{,}36\,T^2.$$

III.

III.

Reduction des Kubicmaaßes.

Eintheilnng des Alten und Neuen Kubicmaaßes.

§. 150. Weil nach der alten Eintheilung die Längenruthe 16 Fuß hält, so hält eine Kubicruthe 16 . 16 . 16 = 4096 Kubicfuß. 1 Längenfuß 12 Zoll, also 1 Kubiczoll = 12 . 12 . 12 = 1728 Kubiczoll; und 1 Kubiczoll 12 . 12 . 12 = 1728 Kubiclinien.

Hieraus ergeben sich folgende Verhältnisse:

Ruthen	Schuh	Zoll	Linien
1	4096	7077888	12230590464
	1	1728	2985984
		1	1728

§. 151. Weil das neue Maaß zehntheilig ist, also die Längenruthe 10 Schuh; 1 Schuh 10 Zoll; 1 Zoll 10 Linien hält; so hält 1 Kubicruthe 10 . 10 . 10 = 1000 Kubicfuß, und 1 Kubicfuß 10 . 10 . 10 = 1000 Kubiczoll, und 1 Kubiczoll 10 . 10 . 10 = 1000 Kubiclinien, demnach finden folgende Verhältnisse statt:

Ruthen	Schuh	Zoll	Linien
1	1000	1000000	1000 000 000
	1	1000	1 000 000
		1	1 000

§. 152. Es ist schon oben §. 86. angezeigt worden, daß sich beyde Längenruthen verhalten:

$$R ; r = 16 : 10.$$

demnach wird sich auch aus mathematischen Gründen verhalten

$$R^3 : r^3 = 16^3 : 10^3.$$

§. 153. Aus dieser Proportion folgt nun diese Gleichung

$$10^3 R^3 = 16^3 r^3$$

das ist $1000 R^3 = 4096 r^3$.

§. 154. Hieraus wird für die Einheit des alten Maaßes in den Theilen des Neuen ausgedrückt:

$$R^3 = \frac{4096 r^3}{1000}$$

$R^3 = 4 r^3 + \frac{96}{1000} r^3$ weil aber $r^3 = 1000 s^3$

folgl. $R^3 = 4 r^3 + 96 s^3$.

§. 155. Auch folgt aus §. 153. für die Einheit des Maaßes

$$r^3 = \frac{1000 R^3}{4096}$$

$r^3 = 0 R^3 + \frac{1000}{4096} R^3$ weil aber $R^3 = 4096 S^2$

so ist $r^3 = 0 R^3 + 1000 S^3$.

Anwendung der beyden Formeln in §. 154. und §. 155.

§. 156. Aus einem Keller sind 12 Kubicruthen altes Maaß ausgegraben, und der Verdienst

dienst nach der neuen Ruthe bezahlt worden; wie viel sind es demnach neue Ruthen?

Nach §. 154. ist $R^3 = 4r^3 + 96s^3$

folgl. auch $12R^3 = (4r^3 + 96s^3)12$

das ist $12R^3 = 49r^3 + 152s^3$.

§. 157. Exempel für die Formel in §. 155. Man hat 75 Ruthen neues Maaß, wie viel machen es alte Ruthen?

Weil nach §. 155.

$r^3 = 0R^3 + 1000S^3$

also auch $75r^3 = (0R^3 + 1000S^3)75$

das ist: $75r^3 = 18R^3 + 1272S^3$.

§. 158.

Reduction der Fußmaaße.

Weil nach §. 97 $S = s$, so ist auch $S^3 = s^3$. Demnach findet hier keine Reduction statt.

§. 159.

Reduction des Zoll-Kubicmaaßes.

Es ist nach §. 99. gezeigt worden, daß

$12Z = 10z$.

Hieraus ergiebt sich folgende Proportion:

$$Z : z = 10 : 12$$

folglich auch $Z^3 : z^3 = 10^3 : 12^3$

demnach ist $12^3 Z^3 = 10^3 z^3$

das ist: $1728\, Z^3 = 1000\, z^3$.

§. 160. Für die Einheit des alten Maaßes durch Theile des Neuen ausgedrückt ist:

$$Z^3 = \tfrac{1000}{1728} z^3$$

$Z^3 = 0\, z^3 + \tfrac{1000}{1728} z^3$ weil aber $z^3 = 1000 l^3$

so ist $Z^3 = 0 z^3 + 578 l^3 + \tfrac{1216}{1728} l^3$ aber $l^3 = 1000 t^3$

$$Z^3 = 0 z^3 + 578 l^3 + 703{,}7 \ldots t^3.$$

§. 161. Für die Einheit des neuen Maaßes folgt aus §. 159.

$$z^3 = \tfrac{1728}{1000} Z^3$$

$z^3 = Z^3 + \tfrac{1728}{1000} Z^3$; weil aber

$$Z^3 = 1728\, L^3$$

so wird $z^3 = Z^3 + 1257 L^3 + \tfrac{984}{1000} L^3$; aber

$$L^3 = 1728\, T^3$$

das ist $z^3 = Z^3 + 1257 L^3 + 1700{,}352 T^3$.

§. 162. Ob man nun gleich nach diesen Formeln die Reduction vornehmen kann, so wird dennoch die Berechnung wegen den großen Zahlen sehr mühsam werden, auch wird sie das Verlangte nie in vollkommener Schärfe geben,

geben, wenn in den Decimalbrüchen bey t^3 und T^3 nur ein paar Stellen genommen werden. Bequemer und genauer wird die Rechnung mit Logarithmen geführt, wenn man sich der Formeln $Z^3 = \frac{1000}{1728} z^3$ in §. 160. und $z^3 = \frac{1728}{1000} Z^3$ in §. 161.

Einige hieher gehörige Aufgaben.

§. 163. Aufgabe für Z^3.

Man hat 1080 alte Kubiczoll, wie viel sinds nach dem neuen Maaß?

In §. 82 ist $Z^3 = 0z^3 + 578l^3 + 703,7 \ldots t^3$

also $1080 Z^3 = (0z^3 + 578l^3 + 703,7 \ldots t^3) 1080$

das ist $1080 Z^3 = 624 z^3 + 999 l^3 + 996 t^3$.

Berechnung dieser Aufgabe nach Logarithmen.

Nach §. 82. ist $Z^3 = \frac{1000}{1728} z^3$

demnach ist $1080 Z^3 = 1080 \times \frac{1000}{1728} z^3$

Log. 1080	=	3, 033 4238
Log. 1000	=	3, 000 0000
		6, 033 4238
Log. 1728	=	3, 237 5437
		2, 795 8801

zu diesem Logarithmen gehört die Zahl 6250

also ist $Z^3 = 625 z^3$

die Berechnung nach der Formel giebt also $4 z^3$ zu wenig.

§. 164. Aufgabe für z^3.

Man hat 875 neue Kubiczolle; wie viel sinds nach dem alten Maaße?

Nach §. 161. ist

$$z^3 = Z^3 + 1257 L^3 + 1700{,}352 T^3$$

also $875 z^3 = (Z^3 + 1257 L^3 + 1700{,}352 T^3) 875$

$$875 z^3 = 1512 Z^3 + 0 L^3 + 0 T^3.$$

Berechnung dieser Aufgabe nach Logarithmen.

Nach §. 161. ist $z^3 = \frac{1728}{1000} Z^3$

also: $875\ z^3 = 875 \times \frac{1728}{1000} Z^3$

Log. 875	=	2, 942 0081
Log. 1728	=	3, 237 5437
		6, 179 5518
Log. 1000	=	3, 000 0000
		3, 179 5518

zu diesem Log. gehört die Zahl 1512

also $z^3 = 1512\ Z^3$ wie gehörig.

Die Rechnung mit Logarithmen ist also der Berechnung nach den beyden in §. 161. u. 162. gegebenen Formeln weit vorzuziehen.

§. 165.

Reduction der Linien-Kubicmaaße.

Nach §. 106. verhält sich

$$L : l = 25 : 36.$$

Nun

Nun verhält sich ebenfalls aus mathematischen Gründen:

$$L^3 : l^3 = 25^3 : 36^3.$$

§. 166. Aus dieser Proportion folgt:

$$36^3 L^3 = 25^3\, l^3$$

das ist: $46656\, L^3 = 15625\, l^3$.

§. 167. Für die Einheit des alten Maaßes in den Theilen des Neuen ist

$$L^3 = \tfrac{15625}{46656}\, l^3$$

$L^3 = 0\, l^3 + \tfrac{15625}{46656}\, l^3$ weil aber $l^3 = 1000\, t$

so ist $L^3 = 0\, l^3 + 334,898\, t^3$.

§. 168. Für die Einheit des neuen Maaßes folgt aus §. 166.

$$l^3 = \tfrac{46656}{15625}\, L^3$$

$l^3 = 2L^3 + \tfrac{15406}{15625} L^3$ weil aber $L^3 = 1728\, T^3$

so ist $l^3 = 2L^3 + 1703,12 \ldots T^3$.

§. 169. Bey den Formeln in §. 167. und 168. gilt auch die Bemerkung in §. 162.

Berechnung einiger hieher gehörigen Aufgaben.

§. 170. Exempel für L^3.

Wie viel neue Kubiczoll geben 839 alte Kubiczoll?

Nach §. 167. ist $L^3 = 0l^3 + 334{,}898\,t^3$
demnach ist auch $839\,L^3 = (0l^3 + 334{,}898\,t^3)\,839$
das ist $839\,L^3 = 280l^3 + 979{,}4\,t^3$

Berechnung nach Logarithmen.

Nach §. 167. ist $L^3 = \frac{15625}{46656}\,l^3$
daher auch $839\,L^3 = 839 \times \frac{15625}{46656}\,l^3$

Log.	839 =	2, 9237 620
Log.	15625 =	4, 1938 200
		7, 1175 820
Log.	46656 =	4, 6689 075
		3, 4486 745

zu diesem Log. gehört die Zahl 2809794
also ist $839\,L^3 = 280\,l^3 + 979{,}4\,t^3$.

§. 171. Exempel für l^3.

Wie viel alte Kubiczolle geben 875 neue Kubiczolle?

Nach §. 168. $l^3 = 2L^3 + 1703{,}78 \ldots T^3$
folglich auch $875\,l^3 = (2L^3 + 1703{,}78 \ldots T^3)\,875$
das ist $875\,l^3 = 2612\,L^3 + 1271{,}808\,T^3$.

Berechnung nach Logarithmen.

Nach §. 168. ist $l^3 = \frac{46656}{15625}\,L^3$
daher ist auch $875\,l^3 = 875 \times \frac{46656}{15625}\,L^3$

Log.	875 =	2, 9420081
Log.	46656 =	4, 6689075
		7, 6109156
Log.	15625 =	4, 1938200
		3, 4170956

zu

zu diesem Logarith. gehört die Zahl 2612,737

also $875\,l^3 = 2612{,}737\,L^3$

das giebt für $875\,l^3 = 2612\,L^3 + 1273{,}536\,T^3$.

Die gewöhnliche Rechnung giebt 2,028 T^3 zu wenig; dieser Unterschied kommt daher, weil der Decimalbruch daselbst nicht nach der gehörigen Schärfe genommen worden.

§. 172. Uebersicht, der für das Kubicmaaß gefundenen Formeln.

Formeln für das alte Kubicmaaß.

$\dot{R}^3 = 4\,r^3 + 96\,s^3$

$S^3 = s^3$

$Z^3 = 0\,z^3 + 578\,l^3 + 703{,}7\ldots t^3$

$L^3 = 0\,l^3 + 334{,}898\,t^3$.

Formeln für das neue Kubicmaaß.

$r^3 = 0\,R^3 + 1000\,S^3$

$s^3 = S^3$

$z^3 = Z^3 + 1257\,L^3 + 1700{,}352\,T^3$

$l^3 = 2\,L^3 + 1703{,}12\ldots T^3$.

Aufgabe.

§. 173. Eine Kugel hält 43 Kubicfuß, 169 Zoll, 594,32 Linien altes Maaß, wie viel Kubicfuß, Zoll ꝛc. sind es nach dem Neuen?

Nach

Nach den Formeln in §. 172. sind also:

$$43S^3 = 43s^3 + 0z^3 + 0l^3 + 0t^3$$
$$169Z^3 = \;\text{"}\; + 97z^3 + 682l^3 + 925{,}3t^3$$
$$594{,}432L^3 = \;\text{"}\;\;\text{"}\; + 199l^3 + 074{,}02..t^3$$

$$48S^3 + 196Z^3 + 594{,}432L^3$$
$$= 43s^3 + 97z^3 + 881l^3 + 999{,}32t^3.$$

Aufgabe.

§. 174. Eine Mauer hält 897 Ruthen, 536 Zoll, 721 Linien neues Kubicmaaß; wie viel Ruthen, Schuhe ꝛc. hält sie nach dem Alten?

Nach den Formeln in §. 172. sind also

$$897r^3 = 218R^3\;\; 4072S^3\;\; 0Z^3\;\; 0L^3$$
$$536s^3 = \;\text{"}\;\; 536S^3\;\;\text{"}\;\;\text{"}$$
$$721z^3 = \;\text{"}\;\;\text{"}\;\; 1245Z^3\;\; 1534...L^3$$

$$897r^3 + 536s^3 + 721z^3$$
$$= 219R^3 + 312S^3 + 1245Z^3 + 1534...L^3.$$

1(

5(

=

5:
vi
A

8
5
7

=

Zo
vd
Z3 Al

10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
200
300
400
500

Z
d
23 N

1

§. 176.

Erläuterung und Gebrauch der Tafeln I. II. III. IV. V. VI.

Auf jeder Tafel steht in der Spalte zur Linken, die oben mit den Buchstaben T, L, Z, S, R oder t, l, z, s, r bezeichnet ist, das Maaß, welches man in das andere verwandeln will; in der Nebenspalte zur Rechten ist das verwandelte Maaß in Decimaltheilen der Ruthe angegeben. Wenn man also verlangt, wie viel 8 alte Scrupel nach dem neuen Maaße ausmachen, so suche man

1) auf der Tafel I. in der ersten Spalte der Columne I. die gegebene Zahl 8, so steht neben ihr zur Rechten der Decimalbruch 0,000 462, welcher anzeigt, daß die gegebene 8 Scrupel eben so viel Ruthen ausmachen; folglich, wenn man die Zahlen dieses Bruchs nach §. 8. mit den gehörigen Zeichen bezeichnet, so sind

$$8 \text{ Scrupel altes Maaß} = 0^{\circ}, 0^{I} 0^{II} 0^{III} 4,62^{IV}.$$

Eben dieses gilt auch von den zu verwandelnden Linien, Zollen, Schuhen und Ruthen in den Columnen II, III, IV, V.

2) Bey der Columne V. Tafel I. in welcher die Ruthen nur bis auf 9 in der gewöhnlichen Ordnung, von da an aber von

10 zu 10 und von 100 zu 100 fortlaufen, merke man, daß sich jede gegebene Anzahl von Ruthen aus dieser Progression zusammen setzen läßt. Z. E. Man soll 336 alte Ruthen in neue Ruthen verwandeln.

Aus der Tafel I. Columne V. findet sich

für 300°	=	480°		
30	=	48	neue Ruthen.	
6	=	9,6		

folglich machen 336 alte Ruth. 537,6° neue Ruth.

3) Weil nun jedes verlangte alte Maaß auf diese Art nach dem neuen Maaß in Ruthen angegeben werden kann, so folgt von selbst, daß wenn neben den Ruthen noch Schuhe, Zolle, Linien rc. mit gegeben sind, diese Dinge leicht aus dieser Tafel auf folgende Art ausgeschrieben werden könne. Z. E.

Aufgabe.

Wie viel neue Ruthen geben 346 Ruthen 8 Schuh, 3 Zoll, 9 Linien und 8 Scrupel altes Maaß?

Nach

Nach Nro. 2. ist in der Tafel I.

Columne V.		300°	=	480°
		40	=	64
		6	=	9, 6
aus Columne IV.	sind	8′	=	0, 8
aus Columne III.		3″	=	0, 024 999...
aus Columne II.		9‴	=	0, 006 249...
aus Columne I.		8^{IV}	=	0, 000 462...

$346° 8′ 3″ 9‴ 8^{IV} = 554, 431\ 710°$

das ist: $554° 4′ 3″ 1‴ 7,1^{IV}$.

Noch ein Beyspiel.

47 Ruthen, 3 Zoll, 9 Scrupel altes Maaß, wie viel sind es nach dem Neuen?

Tafel I. Col. V.	40°	=	64°
	7	=	11, 2
- Col. III.	3″	=	0, 024 999...
Col. I.	9^{IV}		0, 000 520...
			75, 225 519°

das ist: $75° 2′ 2″ 5‴ 5,19^{IV}$ wie §. 121.

Erläuterung und Gebrauch der Tafel II.

§. 177. Die Einrichtung ist eben dieselbe, wie die der Tafel I. Man schreibt also das gegebene Maaß wieder aus derselben, und addirt solches, so ist die Summe das Verlangte.

Bey-

Beyspiel.

Wie viel altes Maaß geben 136 Ruthen, 8 Schuh, 9 Zoll und 5 Linien neues Maaß?

Tafel II. Col. V.	$100^\circ = 62{,}50$		a. Mß.
	$30 = 18{,}75$		
	$6 = 3{,}75$		
Col. IV.	$8' = 0{,}50$		
Col. III.	$9'' = 0{,}056\,25$		
Col. II.	$5''' = 0{,}003125$		

also $136^\circ\,8'\,9''\,5''' = 85{,}559375^\circ$ a. Mß.

Um nun zu finden, wie viel der gegebene Decimalbruch Schuhe, Zolle ꝛc. betrage, so muß man denselben zuerst mit 16, weil die alte Ruthe 16 Schuhe hält, multipliciren, und vom Produkt 6 Decimalziffern abschneiden, so erhält man die Schuhe; hernach wird der zur Rechten abgeschnittene Decimalbruch mit der Zahl 12, weil der Schuh 12 Zolle hält, multiplicirt, und wieder 6 Decimalziffern abschneiden, so erhält man die Zolle, und so muß man die Multiplication der abgeschnittenen Decimalziffern mit der Zahl 12 so lange fortsetzen, bis man die kleinere Theile des verlangten Maaßes zu seiner Absicht erreicht hat.

Also:

Also: 559 375 x 16

giebt 8 | 950000
12

giebt 11,400000
12

4 | 800000
12

9 | 600000
12

7 | 20000

das ist 85 Ruthen, 8 Schuh, 11 Zoll, 4 Lin. 9 Scrupel und 7,2 Tertien ganz genau wie §. 123.

Gebrauch der Tafel III.

§. 178. Man schreibt wie im vorigem §. das gegebene Flächenmaaß aus dieser Tafel, addirt dasselbe, und theilt die Zahlen gehörig ab nach der Bemerkung in §. 32. so hat man das Verlangte. Z. E.

Aufgabe.

Wie viel Ruthen, Schuhe ꝛc. nach dem neuen Maaß geben 226 Ruthen, 18 Schuhe, 36 Zolle, 45 Linien altes Maaß?

Aus Tafel III. ist

Col. IV.	2.100°	=	$512^{\circ},0$
	20	=	51, 20
	6	=	15, 36
Col. III.	$10'$	=	0, 10
	8	=	0, 08
Col. II.	$30''$	=	0, 00208333..
	6	=	0, 00041666..
Col. I.	$40'''$	=	0, 00001929..
	5	=	0, 00000241..

$226^{\circ}\,18'\,36''\,45''' = 578,\,74252169^{\circ}$. n.M.

das ist: $578^{\circ}\,74'\,25''\,21'''\,69^{IV}$ eben so wie §. 148, dort ist noch ein Decimalbruch, der aus der Unvollkommenheit der Decimalen in Col. I. und II. hier fehlt, aber auch hier gar wohl verschwinden darf.

§. 179. Aufgabe zur Tafel IV.

154 Ruthen, 87 Schuh, 54 Zoll, 75 Linien neues Maaß, wie viel sind es Ruthen, Schuh ꝛc. nach dem Alten?

Aus der Tafel IV. ist

Col. IV.	100°	=	39, 06 250°
	50	=	19, 53 125
	4	=	1, 56 25
Col. III.	80′	=	0, 31 25
	7	=	0, 02 73 43 75
Col. II.	50	=	0, 00 19 53 12
	4	=	0, 00 01 56 25
Col. I.	70	=	0, 00 00 27 34
	5	=	0, 00 00 01 95
			60, 49 82 32 41° a. Mß.

Weil nun die alte Quadratruthe 156 Quadratschuh, und der Quadratschuh 144 Quadratzolle u. s. w. hat; so muß man den gefundenen Decimalbruch zuerst mit 256, und jeden folgenden mit 144 multipliciren, und so viel Decimalstellen vom Produkt abschneiden als im gefundenen Decimalbruch vorhanden sind, hier 8, so erhält man die Schuhe, Zolle ꝛc. nach dem alten Maaß. Z. E.

49813241 x 256

127′ | 54749696 x 144

78″ | 83956224 x 144

120‴ | 89696256 x 144

129^{IV} | 16260864

u. s. w.

§. 180. Aufgabe zur Erläuterung der Tafel V.

Man hat 124 Ruthen, 43 Schuh, 169 Zolle altes Kubicmaaß. Wie viel beträgt es nach dem Neuen?

Nach der Tafel V. ist

Col. III.	100°	=	409, 600
	20	=	81, 920
	4	=	16, 384
Col. II.	40′	=	0, 040
	3	=	0, 003
Col. I.	100″	=	0, 000 057 870
	60	=	0, 000 034 722
	9	=	0, 000 005 208

also sind

124° 43′ 169″ = 507, 947 097 800° n. Mß.

das ist: 507 Ruthen, 947 Schuh, 097 Zoll, 800 Linien Kubicmaaß.

§. 181. Aufgabe zur Erläuterung der Tafel VI.

Bey einem Mauerwerk beträgt der Kubische Inhalt 897 Ruthen, 536 Schuh, 721 Zoll neues Maaß; wie viel beträgt solches nach dem alten Kubicmaaß?

Nach

Nach der Tafel VI. ist

Col. III.	800°	= 195, 312 500°
	90	= 21, 972 656 250
	7	= 1, 708 984 375
Col. II.	500	= 0, 122 070 312
	30	= 0, 007 324 218
	6	= 0, 001 464 843
Col. I.	700	= 0, 000 170 898
	20	= 0, 000 004 882
	1	= 0, 000 000 244

also sind

897° 536′ 721″ = 219, 125 176 022° a. Mß.

Will man neben den Ruthen auch noch die Schuh und Zoll erhalten, so muß man den Decimalbruch mit 4096 als mit der Anzahl der Kubicschuh, welche auf eine Kubicruthe gehen, multipliciren, und vom Produkt so viele Decimalstellen abschneiden, als im Decimalbruch derselben vorhanden sind, so erhält man zur Linken die Schuhe; die Zolle erhält man, wenn der bey den Schuhen abgeschnittene Decimalbruch mit 1728 multiplicirt, und vom Produkt wieder die gehörigen Decimalstellen abgeschnitten werden u. s. f. Z. E.

125 186 022 x 4096

512′ | 7209 86112 x 1728

1245″ | 86400 1536 x 1728

1492‴ | 994 654 208.

Obiges gegebenes Maaß ist demnach:
219 Ruthen, 512 Schuh, 1245 Zoll und 1493 Linien altes Kubicmaaß.

§. 182.

Von der Reduction der Ausländischen Maaße in das Innländische.

Weil man von einem Feldmeßverständigen mit Recht fordern kann, daß er nicht nur von der Reduction der Maaße seines eigenen Vaterlandes eine richtige Kenntniß und Fertigkeit habe; so kann man auch von ihm fordern, daß er irgend ein ausländisches Maaß in das Innländische, und dieses in jenes reduciren könne. Hiezu werden aber die Verhältnisse dieser zerschiedenen Maaße erfordert. Es wird also nicht undienlich seyn, hier eine Tabelle einzurücken, in welcher diese Verhältnisse angegeben sind. Bey diesen Verhältnissen ist aber der alte Pariser Fuß (Pied de Roi) zum Grunde gelegt und in 144,00 gleiche Theile eingetheilt worden; und in diesen Theilen ist nun jedes ausländische Fußmaaß in der Tabelle angegeben worden.

§. 183. Tabelle zur Vergleichung der Maaße.

Wenn

Wenn man den Alt Pariser Fuß (Pied de Roi) in 144 gleiche Theile theilt, so hält von dergleichen Theilen

der	Amsterdamer Fuß	125, 5
=	Anspacher	132
=	Augsburger	131, 3
=	Baseler	132, 2
=	Berliner	137, 3
=	Berner	130
=	Bourdeaux	158
=	Bologneser	168, 2
=	Braunschweig	126, 5
=	Bremer	128, 2
=	Breßlau	126
=	Brüßeler	129
=	Calenberger	129, 5
=	Cölner	121, 9
=	Constantinopel	314
=	Cracauer	158
=	Dänemark	139, 13
=	Danziger	127, 2
=	Erfurther	125, 1
=	Florentiner	258, 45
=	Frankfurt am M.	127
=	Genfer	216, 3
=	Gothaer	127, 5
=	Hamburger	127
=	Handverischer	129, 5
=	Heidelberger	123, 5
=	Königsberger	136, 4

der

der	Leipziger u. Sachsen	125, 1
"	Lissaboner	145, 3
"	Londoner	135
"	Lübecker	129
"	Mannheimer	128, 6
"	Münchener	129, 38
"	Neapolitaner	116, 15
"	Nürnberger	134, 7
"	Pariser	144
	1 Mètre	443, 295936 (Vega Log. Handb. 2. Aufl.)
"	Rheinländische	139, 13
"	Römische	130, 9
"	Rostocker	128, 2
"	Russische	135
"	Schwedische	131, 6
"	Schweitzer	133
"	Spanier	125, 3
"	Stuttgardter	127
"	Trient	162, 1
"	Ulmer	129, 5
"	Venetianische	154
"	Wiener	140, 12
"	Zürcher	133.

Dieses sind die Verhältnisse der Fußmaaße, die ich theils aus Nelkenbrechers Taschenbuch, theils aus J. T. Mayer's praktischer Geometrie, theils aus Lorenz Grundriß der reinen und angewandten Mathematik genommen, und sorgfältig mit einander verglichen habe.

§. 184.

§. 184. Da also die Zahlen in dieser Tabelle die Verhältnisse der zerschiedenen Fußmaaße ausdrücken, so ist es nun ganz leicht, irgend ein Fußmaaß in das andere zu verwandeln.

Aufgabe.

Wie viel Würtemberger Fuß geben 136 Londner Fuß?

Weil aus der Tafel

W. F : Lond. F. = 127 : 135

demnach sind 127 L. F. = 135 W. F.

drückt man die Einheit des Londner Fußes in den Theilen des Würtembergischen Fußes aus

so ist L. F. = $\frac{135}{127}$ W. F.

folglich wird auch seyn

136 L. F. 136 x $\frac{135}{127}$ W. F.

Bey der Berechnung dieser Formel kann man sich mit Vortheil der Logarithmen bedienen.

Log. 136 = 2, 133 5389
Log. 135 = 2, 130 3338
4, 263 8727
Log. 127 = 2, 103 8037
2, 160 0690

zu diesem Logarithmen gehört die Zahl 1445696

also sind 136 L. F. = 144,5696 W. F.

Auf-

Aufgabe.

§. 185. Auf einem Barometer, dessen Scala nach dem alten Franz. Fuß eingetheilt ist, steht das Quecksilber auf 27 Zoll, 8 Linien. Wie hoch steht dasselbe auf einem mit diesem übereinstimmenden Barometer zur nemlichen Zeit, dessen Scala nach dem neu Würtembergischen Maaß eingetheilt ist?

$$\text{Weil } P : W = 144 : 127$$
$$127\,P = 144\,W$$
$$P = \tfrac{144}{127}\,W.$$

Nun ist 27 Zoll, 8 Linien Paris. M. $= 27\tfrac{2}{3}$ $= \tfrac{83}{3}$ P. Zoll

demnach ist $\tfrac{83}{3}$ P. $= \tfrac{83}{3} \times \tfrac{144}{127}$ W.

Log.	83 =	1, 9190781
Log.	144 =	2, 1583625
		4, 0774406
Log.	3 =	4, 4771213
Log.	127 =	2, 5809250
		1, 4965156

zu diesem Logarithmen gehört die Zahl 31,37008

demnach machen 27 Zoll, 8 Linien französisches Maaß nach dem alt Würtembergischen 31,37008 Zoll.

Nun sind nach §. 99. $Z = \tfrac{5}{6}\,z$

folgl. 27 Zoll, 8 L. Par. $= \tfrac{5}{6} \times 31{,}37008$
$= 26{,}14173''$

das ist 26 Zoll, 1 Linie, 4,173 Scrupel.

§. 186.

§. 186. Wie viel Wiener Fuß geben $436\frac{3}{4}$ Rheinländische Fuß?

Aus der Tafel ist

$$R : W = 139{,}13 : 140{,}12$$

also $140{,}12\ R = 139{,}13\ W$

demnach $R = \frac{139{,}13}{140{,}12}\ W$

folglich wird auch seyn

$$436\tfrac{3}{4}\ R = 436{,}75 \times \frac{139{,}13}{140{,}12}\ W.$$

$$
\begin{array}{rl}
\text{Log. } 436{,}75 = & 2,\ 640\ 1335 \\
\text{Log. } 139{,}13 = & 2,\ 143\ 4208 \\
\hline
 & 4,\ 783\ 5543 \\
\text{Log. } 140{,}12 = & 2,\ 146\ 5001 \\
\hline
 & 2,\ 637\ 0542
\end{array}
$$

zu diesem Logarithmen gehört die Zahl 433,555

demnach sind $436\frac{3}{4}$ Rheinl. Fuß = 433,555 Wiener Fuß.

Aufgabe.

§. 187. Diodorus Siculus erzählt, daß Archimedes, als die Römer Syracus belagert haben, die Schiffsflotte, welche 3 Stadien von den Mauren entfernt gewesen sey, mit Brennspiegel in Brand gesetzt habe. Man fragt, wie viel Würtemb. Fuß 3 Stadien betragen?

Auf-

Auflösung.

Weil Paris. Würt. = 144 : 127

also 127 Paris. F. = 144 Würt. F.

Paris. F. = $\frac{144}{127}$ W. F.

Nun ist 1 Griechische Stadie = 473 fr. Fuß

also 3 Stadien = 3.473 = 1419 fr. Fuß

folglich 1419 Paris. Fuß = 1419 $\frac{144}{127}$ W. Fuß.

$$
\begin{array}{lrl}
\text{Log.} & 1419 = & 3,\ 151\ 8824 \\
\text{Log.} & 144 = & \underline{2,\ 158\ 3625} \\
 & & 5,\ 310\ 3449 \\
\text{Log.} & 127 = & \underline{2,\ 103\ 8037} \\
 & & 3,\ 206\ 5412
\end{array}
$$

zu diesem Log. gehört die Zahl 1608,945 Fuß.

So viel Würtemb. Fuß betragen demnach 3 Griechische Stadien.

§. 188.

Allgemeine Erklärungen der Linien, Winkeln und der Figuren.

Daß es zweyerley Linien, krumme und gerade, gebe, ist jedermann ohne Erklärung bekannt; man muß sich aber hüten, daß man krumme und schiefe nicht für einerley Linien halte.

§. 189. Eine Perpendikularlinie ist, die auf einer andern Linie oder Ebene aufrecht stehet,

stehet, daß sie auf keine Seite mehr hängt, als auf die andere, wie Fig. 3. Tab. 1. die Linie DC auf AB stehet. Hängt aber die Linie HF mehr auf die eine als auf die andere Seite, wie Fig. 4. HF und EG, so heißt die Linie schief.

§. 190. Parallel-Linien sind, die neben einander hergehen, und überall gleich weit von einander abstehen. Wenn ein Wagen oder Karren fortgezogen wird, so machen die Räder auf der Erde Linien, und diese sind parallel.

§. 191. Wenn auf eine gerade Linie AB Fig. 5. eine andere BC schief oder aufrecht gezogen wird, so entsteht ein Winkel, der Punkt B, wo beyde Linien zusammen stoßen, heißt die Spitze des Winkels, die beyde Linien BC und AB aber die Schenkel des Winkels. Wenn sich die Linie BC weiter aufthut gegen E, so wird der Winkel größer; neigt sie sich aber weiter gegen A, so wird der Winkel kleiner. Einen Winkel zeigt man durch einen kleinen Buchstaben an, der in den Winkel eingeschrieben ist, zum Beyspiel hier Fig. 5. würde es heißen, der Winkel o. Oder zeigt man den Winkel mit den drey Buchstaben an, welche die Schenkel anzeigen, setzt aber den Buchstaben an der Spitze des Winkels in die Mitte. Es wird also der Winkel o auch also angezeigt: Winkel ABC.

§. 192. Es giebt dreyerley Winkel, rechte, stumpfe und spitzige. Ein rechter Winkel ist, wo seine beyde Schenkel aufrecht aufeinander stehen, wie Fig. 6. Ein stumpfer Winkel ist derjenige, welcher größer als ein rechter, wie Fig. 7. Ein spitziger Winkel aber, welcher kleiner als ein rechter, wie Fig. 5.

§. 193. Ein Triangel ist eine Ebene, die in drey Linien eingeschlossen ist, wie Fig. 8. Wenn man einen Triangel in Absicht auf die Winkel betrachtet, so giebt es dreyerley, nemlich rechtwinkelichte, wie Fig. 9. worinnen zwey spitzige, und ein rechter Winkel; oder stumpfwinkelichte, wie Fig. 10. worinnen ein stumpfer und zwey spitzige Winkel sind, oder spitzwinkelichte, wie Fig. 8. worinnen alle 3 Winkel spitzig sind. Man kann aber auch einen Triangel nach seinen Seiten betrachten; hat der Triangel 3 gleiche Seiten, wie Fig. 8. so ist er gleichseitig, sind nur 2 Seiten einander gleich, so ist es ein gleichschenkelichter Triangel; sind aber alle 3 Seiten einander ungleich, wie Fig. 10. so ist es ein ungleichseitiger Triangel.

§. 194. Von den viereckigten Figuren kommen sechserley Gattungen vor: 1) das Quadrat, welches 4 gleiche Seiten und 4 gleiche Winkel hat, wie Fig. 11.

2) Das

2) Das Rektangulum Oblongum oder verlängerte Viereck, hat 4 rechte Winkel, aber nur die Seiten, welche einander entgegen stehen, sind gleich wie Fig. 12.

3) Ein Rhombus hat vier gleiche Seiten, aber schiefe Winkel, und welche einander entgegen stehen, sind gleich, Fig. 13.

4) Ein Rhomboides hat 4 schiefe Winkel, und die einander entgegen stehende Seiten und Winkel sind gleich, wie Fig. 14.

Anmerkung. Diese viererley Figuren heißt man insgemein Parallelogramme, weil ihre gegenüber stehende Seiten parallel sind.

5) Trapezium, ist ein ungleichseitiges Viereck, woran aber noch zwey Seiten miteinander parallel gehen, wie Fig. 15.

6) Trapezoid, ist eine ganz irreguläre Figur, wie Fig. 16.

§. 195. Wenn Figuren mehr als vier Seiten haben, so nennt man sie Vielecke. Z. E. 5 Eck, 6 Eck, 7 Eck rc.

Auf dem Feld eine gerade Linie zu ziehen.

§. 196. Eine Linie wird auf dem Feld mit 2 Stäben abgesteckt, oder es wird eine Schnur angespannt, und nach dieser werden die Furchen und

und Gräben abgestochen. Man hat aber öfters solche lange Linien, daß man keine so lange Schnur bey der Hand hat, und in solchem Fall müssen mehrere Stäbe in gerader Linie gesteckt werden, welches geschieht, wenn man sich einige Schritte hinter den einen Stab stellt, und sich den 3ten und 4ten so einstecken läßt, daß man sie alle in einer Vertikalfläche stehen sieht, alsdenn sind alle in gerader Linie, wo man hernach Stotzen einschlagen, und Marksteine einsetzen kann.

Auf dem Feld eine Perpendikular-Linie auf eine andere Linie aufzurichten.

§. 197. Man setzt die Winkelscheibe auf den Punkt C. Fig. 17. wohin der Perpendikul aufgerichtet werden soll, und dreht sie so lang, bis man durch das Absehen den Stab B deutlich siehet; in diesem Stand läßt man die Winkelscheibe unbeweglich in der Erde stehen, und sieht durch das andere Absehen gegen D, und läßt sich alsdenn in dieser Gegend einen Stab in D stecken, so ist die Linie DC auf AB perpendikular.

Auf dem Feld eine Parallel-Linie mit einer andern zu ziehen.

§. 198. Man nimmt auf der gegebenen Linie zwey Punkte an, wie A und B Fig. 18. Tab. 2. und richtet 2 gleich große Perpendikular-Linien

Linien AC und BD auf, §. 196. und steckt an deren Ende Stäbe ein, so kann man von C gegen D eine Linie ziehen, die parallel mit AB seyn wird.

Eine gerade Linie zu messen.

§. 199. Es ist bey Messung einer Linie begreiflich, daß man die Meßstange so oft als möglich anschlagen müsse, um ihre wahre Länge zu erfahren. Es giebt aber Linien, die sehr lang sind, und bey solchen zählet man mit der Ruthenzahl nicht in einem fort, weil man im Zählen irren und fehlen kann, sondern man zählt etwa 10, 15, 25 bis 30 Ruthen, und schreibt dieselbe ordentlich auf in die Schreibtafel, welche ein Feldmesser immer bey der Hand haben muß, und so fort bis zu Ende der Linie, alsdenn addirt man die abgemessene Stücke zusammen, die Summe ist die Länge der Linie.

Messung einer geraden Linie mit der Meßkette.

§. 200. Bey Messung einer Linie mit der Kette bedient man sich des Vortheils, indem man sich eine Parthie kleiner Vorsteckstäbe verfertigt, von welchen man bequem 10 bis 15 bey sich im Sacke tragen kann, man überhebt sich dadurch des Zählens der Ruthen, auch können dadurch grobe Fehler vermieden werden. Ehe man mit der Kette eine Linie wirklich ausmißt, so muß vorher ihre Richtung bestimmt

stimmt seyn, wenn man nicht nach den Marksteinen zu messen hat, das ist: man steckt vermittelst zweyer Stäbe die Linie vorher ab. Da bekanntlich wenigstens 2 Personen gegenwärtig seyn müssen, so nimmt derjenige, welcher sich an dem vordern Theil der Kette befindet, die oben erwähnte Vorsteckstäbe zu sich, und geht mit der Kette vorwärts, indem der andere den Kettenstab an dem Anfang der Linie in die Erde steckt, ist die Kette wirklich ganz ausgezogen, so läßt man den vordern Kettenstab nach dem ausgesteckten Stab richten (§. 196.); ist die Richtung in der Ordnung, so wird die Kette stark angezogen, und an deren Ende einer von den Vorsteckstäben eingesteckt, in dieser Richtung gehen beyde mit der Kette fort, und verfährt beym 2ten, 3ten Kettenzuge ꝛc. wie beym ersten. Ist nun auf diese Art die ganze Linie gemessen worden, so wird nachgesehen, wie viel von den Vorsteckstäben vorgesteckt worden seyen, ich setze den Fall, es seyen 12 dergleichen Stäbe vorgesteckt worden. Ist die Kette 5 Ruthen lang gewesen, so darf man nur 5mal 12 nehmen, so ergiebt sich die ganze Länge der Linie in Ruthen, nemlich 60°. Wäre aber die Linie so lang, daß durch das öftere Ausspannen der Kette die Vorsteckstäbe nicht hinreichend wären, so muß in diesem Fall damit gewechselt werden, das ist, der am hintersten Ende muß seine gesammelte Stäbe wieder an den Vordern abgeben, so oft es

nöthig

nöthig ist; ich setze den Fall, man hätte beym Anfang 15 Vorsteckstäbe zu sich genommen, und während dem Messen 3mal gewechselt, und überdieß noch 5 dergleichen Stäbe über das 3te wechslen, so geben solche 45 + 5 = 50mal 5 = 250 Ruthen für die ganze Länge der Linie an. Uebrigens wird man leicht einsehen, daß man auf alle Unbequemlichkeiten, welche hie und da vorkommen können, genau Achtung geben müsse, um theils grobe Irrthümer zu vermeiden, andern theils aber dadurch die Länge der Linie so genau als möglich zu bestimmen.

Aufgabe.

§. 201. Eine gerade Linie zu ziehen, wo man von keinem Endpunkte zum andern, auch nicht aus einem darzwischen liegenden Punkte sehen kann.

Auflösung.

Von A bis C Fig. 68. Tab. V. seye ein gerader Weg durch einen Wald zu machen, das Gesträuche und die Bäume des Waldes lassen es nicht zu, daß man von A nach C sehen kann, wohl aber kann man von A nach B in gerader Linie sehen und messen, daher wähle man die Linie A B zu einer Standlinie, und ziehe solche so lang fort, bis man auf den Ort C von B aus kann einen Perpendikel fallen lassen, so wird ein rechtwinkelichter Triangel ACB stehen. Nun mißt man

die Linie AB und schlägt in währendem Abmessen alle 5, 10, 15, 20 ꝛc. Ruthen, z. E. in der Figur in i g und e Pfähle ein; weiters mißt man auch den äussern Perpendikel BC, so wird sich verhalten AB : Ae = BC : ed. das ist nach der Feldmessersprache: die Linie AB giebt die Höhe BC, was für eine Höhe giebt die Linie Ae? das herausgebrachte wird zeigen, wie weit von dem Punkt e nach d müsse gemessen werden.

Ferner AB : Ag = BC : gf. und
AB : Ai = BC : ih.

das ist:

AB giebt BC, was giebt Ag? und
AB giebt BC, was giebt ih?

Hat man die angenommene Verhältnisse ausgerechnet, so werden die gefundene Maaße aus den angenommenen Punkten perpendikular auf der Linie AB aufgetragen, und an deren Endpunkte wieder Pfähle eingeschlagen, daß man von C nach d, von d nach f, von f nach h und und von h nach A eine gerade Linie ziehen kann. Um den gemeinen Feldmesser hierin noch besser zu belehren, so soll gegenwärtiges Beyspiel in Zahlen beygesetzt werden.

Es seye die Linie AB = 200°
BC = 100°
von A nach e = 150°
von A nach g = 100°
von A nach i = 50°

so

so ist die Berechnung nach Reesischer Manier also:

I)	X° ed	150° Ae
	AB 200°	100° BC

Fac. 75° müssen von e nach d perpendikular abgemessen, und bey d ein Pfahl eingeschlagen werden.

II)	X° gf	100° Ag
	AB 200°	100° BC

Fac. 50° von g nach f.

III)	X° ih	50° Ai
	AB 200°	100° BC

Fac. 25° von i nach h.

Anmerkung. Auf diese Art läßt sich zwar eine gerade Linie ziehen, setzt aber voraus, daß man eine schickliche Standlinie wie AB ziehen könne; mithin die Art nicht allgemein ist.

Eine Linie horizontal zu messen.

§. 202. Ehe man eine Horizontallinie oder Horizontalfläche ausmessen will, muß man vorher wissen, was eine Horizontallinie oder Horizontalfläche seye. Um sich aber einem Feldmesser recht nach seiner Sprache verständlich zu machen, so ist eine Horizontalfläche diejenige Ebene, auf welcher eine Kugel liegen bleibt, oder das Wasser nicht fortlauft; die Horizontallinie aber ist diejenige Linie, welche

auf einer horizontalen Ebene gezogen wird. Nun wird man erst verstehen, daß eine Horizontallinie, und eine andere, welche Bergauf geht, nicht einerley seyn kann.

§. 203. Es sey die Weite von A bis B über den Berg ACB Fig. 18. Tab. I. zu messen, so ist offenbar, daß, wenn man von A nach C hinauf, und von C wieder herunter nach B mißt, es viel mehr Ruthen geben muß, als wenn man gerade hätte durchmessen können, nemlich von A nach B, welches die Horizontallinie ist, weil allemal über einen Berg ein großer Umweg ist. Wenn nun an bergigten Orten statt der Linie AC und CB die Horizontallinie gemessen werden solle, so heißt man es horizontal messen. Man verfährt hiebey also: In A steckt man einen Stab aufrecht, und legt die Stange m n horizontal an die Anhöhe n und den Stab a, so hat man die erste Horizontalruthe, weil m n so groß als AF. In n steckt man wieder einen Stab b, und legt daran die Stange pq, so hat man die zweyte Ruthe, und auf diese Art fährt man fort, bis auf die Höhe C des Bergs, und von da herunter bis zu dem Punkt B Das Augenmaaß ist hinreichend die Stange horizontal zu legen, weil es bey solchem Messen nicht viel beträgt, ob die Stange 1 oder 2 Zoll über oder unter die horizontale Lage kommt: doch kann man sich auch einer allgemeinen Setzwage bedienen, wenn man genauer

verfahren will. Auf diese Art werden die Linien auf den Aeckern, welche an steilen Bergen liegen, und die Weinberge gemessen.

Eine Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.

§. 204. Man spannt von dem einen Ende der Linie eine Schnur bis zu dem andern, und legt sie doppelt zusammen, so hat man die Hälfte, oder man mißt die Linie mit der Meßstange, und halbirt die herausgebrachte Ruthen, so ist sie in zwey gleiche Theile getheilt.

§. 205.

Von den Maaßen in der Planimetrie.

Man hat sich bisher bey Ausmessung der Linie eines Maaßes bedient, welches den auszumessenden Linien ähnlich war, das ist, man hat eine Linie wieder mit einer Linie ausgemessen; auf gleiche Art nun muß man bey Ausmessung einer Fläche sich eines Maaßes bedienen, das der auszumessenden Fläche ähnlich ist, das ist, eine Fläche muß wieder durch eine Fläche ausgemessen werden. Dieses Flächenmaaß nennt man Quadratmaaß, weil die Fläche, mit welcher man ausmißt, ein Quadrat seyn muß, insbesondere aber Quadratruthen, Quadratschuhe ꝛc. die nicht nur eine Ruthe oder Schuh lang, sondern auch eben so breit sind. Man siehet leicht aus Fig. 10. Tab. 2. daß eine

Quadrat=

Quadratruthe, weil sie auch zugleich eine Breite hat, nicht auch 10 Schuh halte, wie die Längenruthe; sondern daß die Linie CD 10 Schuh habe, und 10 dergleichen Reihen seyen, folglich die Quadratruthe 10mal 10 Quadratschuh, d. i. 100 halte. Es hat demnach im Quadratmaaß:

Ruthe	Schuh	Zoll	Linien	Scrupel
1	100	10000	1000000	100000000
	1	100	10000	1000000
		1	100	10000
			1	100

Die Eintheilung der Alt-Würtembergischen Ruthe erhellet aus §. 126.

§. 206. Die Ruthen, Schuh, Zolle werden gezeichnet wie im Längenmaaß. Ob aber Längen- oder Quadratmaaß darunter verstanden werde, erhellt theils aus den Umständen, denn wenn von dem Inhalt eines Feldes die Rede ist, so weiß man schon, daß es Quadratmaaß sey, theils wird es deutlich hinzugesetzt, und dem Zeichen ein Quadrätlein (□) beygefügt, z. E. 345678 □″.

§. 207. Das größte Feldmaaß wird im Würtembergischen Morgen oder Jauchart, Mannsmad, Tagwerk genannt.

	Ruthen neu Maaß	Ruthen altes Maaß
Ein Morgen hält	384	150
$\frac{1}{2}$ Morgen	192	75
$\frac{1}{4}$ Morgen	96	$37\frac{1}{2}$
$\frac{1}{8}$ Morgen	48	$18\frac{3}{4}$
$\frac{1}{16}$ Mrg. od. halb Achtel	24	$9\frac{3}{8}$
1 Jauchert od. Tagwerk	576	225
$\frac{1}{2}$ Jauchert	288	$112\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$ Jauchert	144	$56\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$ Jauchert	72	$28\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$ oder halb Achtel	36	$14\frac{1}{16}$

§. 208. Aus der Eintheilung der neuen Quadratruthe in §. 205. erhellt, wie auf eine leichte Art die grössere Sorten in kleinere zu verwandeln seyen, man darf nur 2 und 2 Nullen anhängen, so kommen Schuh, wenn es vorher Ruthen waren, oder Zolle, wenn es Schuhe sind, so sind z. B. 45 □° = 4500 □′ = 450000 □″. Oder wenn man kleinere Sorten in grössere verwandlen will, so darf man nur zwey und zwey Ziffern abschneiden, so sind z. E. 73453435 □‴ = 73°, 45′, 34″ 35‴. Hieraus erhellet sogleich, wo zwey und zwey Zahlen abgeschnitten, oder unter einerley Zeichen stehen, daß es Quadratmaaß sey. Wenn grössere und kleinere Sorten vor-

kom-

kommen, so darf man solche nur aneinander setzen; würden aber in der Mitte Stellen fehlen, so muß man sie mit Nullen ausfüllen, z. E. man hätte 45° 12′ 8‴, so muß man setzen: 45° 12′ 00″ 08‴. Uebrigens wird das Quadratmaaß eben so addirt, subtrahirt, multiplicirt und dividirt, wovon das meiste in der Decimal-Rechnung §. 27. §. 33. §. 38. und §. 44. gesagt worden. Nur dieses hat man zu merken, wenn eine Zahl z. B. 3° 45′ 33″ durch eine andere z. E. mit 2 dividirt werden solle, und es nicht aufgienge, man zuletzt nicht nur eine einzige Nulle anhänge, wie beym Längenmaaß, sondern es müssen hier zwey seyn. Zum Beyspiel:

2 | 3° 45′ 33″ 00‴

1° 72′ 66″ 50‴.

§. 209.

Von Ausmessung und Ausrechnung der Felder.

Felder auszumessen heißt nichts anders, als finden, wie viel ein Feld Quadratruthen, Quadratschuh ꝛc. halte. Ehe man aber wirklich ein Feld ausmißt, so muß man solches vorher umgehen, und sich Stäbe auf die Marksteine stecken lassen, damit man mit der Figur des Feldes bekannt werde, und zeichnet solches in die Schreibtafel nur ungefähr, und erkundigt sich alsdenn,

ver-

vermittelst der Feldmeßscheibe, ob das Feld rechtwinkelicht, stumpfwinkelicht oder spitzwinkelicht, oder ob es ein Viereck sey, und mißt es denn aus, wie wirklich soll gezeigt werden. Der Inhalt eines solchen Feldes wird Area genannt.

Den Inhalt eines Feldes zu finden, welches vier gleiche Seiten, und vier gleiche Winkel hat.

§. 210. Es sey die Figur 21. Tab. II. auszumessen. Hier ist nicht nöthig, daß man alle 4 Seiten abmißt; sondern man darf nur die Seite AB messen, und die Ruthen, Schuh, Zolle ꝛc. die herauskommen, mit sich selber multipliciren. Z. B. die Linie AB halte

$$\begin{array}{rrr} 12^\circ & 5' & 6'' \\ 12 & 5 & 6 \\ \hline 157^\circ & 75' & 36'' \end{array} = \text{Area der Figur.}$$

Anmerkung. Der Grund von dieser Auflösung liegt in §. 205. Nennt man die Seite eines Quadrats $= a$ so ist sein Inhalt $= a^2$. Wenn man daher aus dem gegebenen Inhalt eines Quadrats seine Seite finden will, so darf man nur die Quadratwurzel aus dem Inhalt extrahiren.

Den Inhalt eines verlängerten Vierecks zu finden.

§. 211. Hier mißt man die Seite AB Fig. 22. und die Seite AC, die beyde Maaße der Linien AB und AC multiplicirt man mit einander, was alsdenn herauskommt, ist der Inhalt des verlängerten Vierecks. Z. B.

Es werde gefunden für die Linie AB = 20° 4′ 5″
für die Linie AC = 8° 2′ 1″
= 167° 89′ 45″

§. 212. Ohne mich auf eine weitere Untersuchung einzulassen, warum die Grundlinie in die Höhe multiplicirt, den Inhalt des Rechtecks giebt, so sey nach dieser Voraussetzung $AB = b$ $AC = p$ und der Inhalt $= q$. Mithin ist immer $bp = q$.

Nimmt man nun in dieser Gleichung 2 Größen als bekannt an, so läßt sich die 3te allemal finden.

So findet man für die Höhe $p = \frac{q}{b}$

und für die Grundlinie $b = \frac{q}{p}$

Hieraus folgt die allgemeine Regel:

1) Wenn man den gegebenen Inhalt des Rechtecks mit der Grundlinie dividirt, so erhält man seine Höhe; und wenn man
2) den Inhalt des Rechtecks mit der Höhe dividirt, so erhält man die Grundlinie.

Den

Den Inhalt eines Feldes zu finden, welches die Gestalt eines Rhombi, oder Rhomboides hat.

§. 213. Es sey zu messen das Feld Fig. 23. Tab. II. Man kann hier eine Stelle zur Grundlinie annehmen, welche man will, nur so, daß man sich die Sache selbst leicht macht. Z. E. die Linie AB, und fället darauf die Perpendikular-Linie CD, welches mit der Winkelscheibe am besten geschehen kann, (§. 197.) man heißt sie die Höhe, man messe beyde, und multiplicire ihre Maaße mit einander; das Produkt ist der Inhalt des Feldes. Man habe

für die Höhe DC gefunden	=	3°	9′	8″
und für die Grundlinie AB	=	5°	2′	2″
Inhalt des Feldes	=	20°	77′	56″

Anmerkung. Die bey dieser Aufgabe gegebene Regel gründet sich auf den geometrischen Satz: Parallelogramme von gleichen Grundlinien und Höhen sind gleich. In der 70 Fig. seyen AIKD und AKDF[*] solche Parallelogramme deren Grundlinie = AD und ihre Höhe = DK.

Nun ist nach §. 211. Inhalt AIKD = AD. KD weil aber AIKD = AKDF folglich ist auch AKDF = AD.KD.

Auch findet hier alles statt, was in Rücksicht aus dem bekannten Inhalt und der Grundlinie die Höhe zu finden, in §. 212. gesagt worden.

Bey

Bey dergleichen Feldern und Figuren hat man sich sehr in Acht zu nehmen, daß man ja nicht die Seite AD oder BE für die Höhe annehme, wie es viele Feldmesser aus Unwissenheit thun, sondern die Linie DC, weil eine jede Höhe eine Perpendikular-Linie seyn muß.

Den Inhalt eines Feldes zu finden, welches die Gestalt eines rechtwinkelichten Triangels hat.

§. 214. Es sey der Triangel ABC Fig. 24. Tab II. Man messe die Grundlinie AB und die Höhe des Triangels BC, und multiplicire die herausgebrachte Maaße mit einander, was herauskommt dividirt man mit 2, so zeigt der Quotient den Inhalt des Triangels an. Es sey die Grundlinie AB = 6° 4′ 8″
die Höhe BC = 3° 2′ 4″

2) 20° 99′ 52″

Inhalt des Feldes = 10° 49′ 76″.

Oder wenn man gleich Anfangs das Maaß der Grundlinie halbirt, und mit dieser Hälfte in die Höhe multiplicirt, so kommt eben dieser Inhalt heraus; eben dieses gilt auch von der Höhe, wenn sie halbirt, und in die ganze Grundlinie multiplicirt wird. Z. E. die

halbe

halbe Grundlinie ist	= 3° 2′ 4″	ganze Grundlinie	= 6° 4′ 8″
ganze Höhe	= 3° 2′ 4″	halbe Höhe	= 1° 6′ 2″
	10° 49′ 76″		10° 49′ 76″

Area wie oben.

§. 215. Wäre ein solches dreyeckichtes Feld kein rechtwinkelichter Triangel, sondern in der Gestalt wie Fig. 25. so muß man auf der Grundlinie AB hin und her gehen mit der Winkelscheibe, und eine Perpendikular-Linie CD aufrichten (§. 26). Die Ausrechnung geschiehet alsdenn vollkommen wie bey vorhergehendem Triangel; man multiplicirt nemlich die Linie AB mit der Höhe CD, und halbirt das Produkt.

1. Anmerkung. Daß man das Produkt der Grundlinie in die Höhe noch mit 2 dividiren müsse, um den Inhalt des Dreyecks zu erhalten, gründet sich auf den in der Elementar-Geometrie bekannten Satz: Jedes Dreyeck ist die Hälfte eines Parallelogramms, welches gleiche Grundlinie und Höhe mit ihm hat: da also das Produkt der Grundlinie in die Höhe immer den Inhalt eines Parallelogramms giebt, so muß nothwendig da nur die Hälfte, das ist, der Inhalt des Dreyecks begehrt wird, ein solches Produkt noch durch 2 dividirt werden.

2. An-

2. Anmerkung. Wenn man den Inhalt eines solchen Triangels weiß, und man dividirt mit der halben Grundlinie in den Inhalt, so kommt die Höhe des Triangels heraus. Denn wenn der Inhalt des Dreyecks = q, die Grundlinie = b, seine Höhe = p, so ist allemal

$$\frac{bp}{2} = q = \text{Inhalt}$$

aus dieser Gleichung läßt sich immer das 3te finden, wenn die 2 andere gegeben sind.

1. Für die Höhe erhält man aus dieser Gleichung

$$p = \frac{2q}{b} = q : \frac{b}{2}$$

2. und für die Grundlinie

$$b = \frac{2q}{p} = q : \frac{p}{2}$$

Aus Nro. 1. folgt diese Berechnung:

Es sey der Inhalt = 10° 49′ 76″ = q

halbe Grundlinie = 3° 2′ 4″ = $\frac{b}{2}$

3° 2′ 4″ in | 10° 49′ 76″ | 3° 2′ 4″ wie oben.

Den Inhalt eines jeden Triangels zu finden; da man nemlich nicht Gelegenheit hat, eine Perpendikular-Linie zu fällen, sondern nur die 3 Seiten des Triangels gemessen werden können.

§. 216. Man addirt alle drey Seiten, und halbirt die Summe, von dieser halben Summe subtrahirt man jede Seite besonders, alsdenn werden diese 3 Reste mit eiuander multiplicirt, und das Produkt wird noch einmal mit der halben Summe multiplicirt, aus diesem letzten Produkt wird die Quadratwurzel extrahirt, so kommt der wahre Inhalt des Triangels. Zum Beyspiel:

Es sey Fig. 25.

Tab. AB = 25°, AC = 15° und BC = 20°

AB = 25	30	30	30
AC = 15	25	15	20
BC = 20	5	15	10
ganze Summe 60	1ter Rest.	2ter Rest.	3ter Rest.
2 : ——			
halbe S. = 30			

multipl. { 1ter Rest = 5
2ter Rest = 15
————
75
3ter Rest = 10
————
750 }

mit der halben Summe = 30 multiplicirt.
————
22500. Aus diesem Produkt ziehe man die Quadratwurzel nach §. 60. so kommt für den wahren Inhalt 150 Quadratruthen.

§. 217. Diese so schöne als nützliche Aufgabe kann nur in der Trigonometrie vermittelst der Algebra erwiesen werden. Indessen merke man sich die zu dieser Aufgabe allgemeine Formel.

Inhalt des Dreyecks = $\sqrt{S (S-a) (S-b) (S-c)}$ oder durch Logarithmen = $\frac{1}{2}$ Log. S + Log. (S-a) + Log. (S-b) + Log. (S-c) wo a, b, c die Seiten und S die halbe Summe dieser Seiten bedeutet.

§. 218. Hieher gehören noch folgende Aufgaben, welche in vielen Fällen nöthig und nützlich sind.

1. In einem Dreyeck ABC Fig. 25. sind alle 3 Seiten gegeben, man soll durch Rechnung finden, wie weit man auf der Grundlinie von A nach D oder von B nach D zu messen habe,

habe, von wo aus der Perpendikel in die entgegengesetzte Spitze C falle.

Auflösung.

Es sey $AC=a$; $BC=b$: $AB=c$; $AD=x$ mithin $DB=c-x$ Nun ist $CD^2=a^2-x^2$ und $CD^2=b^2-c^2+2cx-x^2$ daher $a^2-x^2=b^2-c^2+2cx-x^2$, und wenn man x^2 beyderseits weghebt, so ist

$$a^2=b^2-c^2+2cx$$

$$\text{folgl. } x=\frac{a^2+c^2-b^2}{2c}$$

Aus dieser Formel folgt die allgemeine Regel:

> Wenn man des Perpendickels Entfernung AD von der Spitze des größern Winkels A an der Grundlinie finden will, so addire man das Quadrat der Grundlinie zum Quadrat der an dieser Spitze A liegenden Seite, von der Summe ziehe man das Quadrat der 3ten Seite ab, und dividire den Rest durch die doppelte Grundlinie, so erhält man die verlangte Entfernung AD.

Begreiflich ändert sich die Formel, folglich auch die Regel, wenn des Perpendickels Entfernung BD von der Spitze des kleinern Winkels B an der Grundlinie gesucht wird. Nennt man

2. $BD=z$ so ist nach obigen Voraussetzungen $z=\frac{b^2+c^2-a^2}{2c}$ folglich heißt in diesem Fall

die Regel so: Man addire das Quadrat der Grundlinie zum Quadrat der an Z liegenden Seite, von der Summe subtrahire man das Quadrat der 3ten Seite, und dividire den Rest durch die doppelte Grundlinie, so erhält man die Entfernung BD. Beyde Regeln gelten immer, so lange die Winkel an der Grundlinie spitzig sind.

3. Ist einer von den Winkeln an der Grundlinie stumpf Fig. 64. β. wie abd, und man verlangt den Ort c des Perpendickels dc auf der verlängerten Grundlinie ab so ist wenn $bc=x$; $ad=m$; $db=n$; $ab=p$ folglich $ac=p+x$ $dc^2=n^2-x^2$ und $dc^2=m^2-p^2-2px-x^2$

daher $n^2-x^2=m^2-p^2-2px-x^2$, und wenn man x^2 beyderseits weghebt,

so ist $n^2=m^2-p^2-2px$

folglich $x=\frac{m^2-p^2-n^2}{2p}$

Woraus die. allgemeine Regel folgt:

Die Entfernung bc des Perpendickels dc von dem stumpfen Winkel abd ist gleich dem Quadrat der dem stumpfen Winkel gegen überliegenden Seite, weniger den Quadraten der beyden andern Seiten, dividirt durch die doppelte Grundlinie.

4. Beyspiel für die Entfernung AD nach der Formel

Nr.

Nr. 1. $x = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{c2}$

Man hat oben §. 216. für AB=c=25°; für AC=a=15°; BC=b=20° angenommen, setzt man diese Werthe statt der Buchstaben, so ist

$$x \text{ oder } AD = \frac{15 . 15 + 25 . 25 - 20 . 20}{2 . 25}$$

$$\text{das ist } AD = \frac{(225 + 625) - 400}{50}$$

$$AD = \tfrac{450}{50} = 9. \text{ Ruthen.}$$

5. Beyspiel für die Entfernung BD nach der Formel

Nr. 2. $Z \text{ oder } BD = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,c}$

für die Buchstaben ihre Werthe gesetzt so ist

$$BD = \frac{20 . 20 + 25 . 25 - 15 . 15}{2 . 25}$$

$$\text{das ist } BD = \frac{(400 + 625) - 225}{50}$$

$$\text{daher } BD = \tfrac{800}{50} = 16 \text{ Ruthen.}$$

6. Beyspiel für die Entfernung bc nach der Formel

Nr. 3. $x = \frac{m^2 - p^2 - n^2}{2\,p}$

Es sey m=36°; p=12°; n=30°

so ist wenn man für die Buchstaben ihre Werthe setzt

$$x \text{ oder } bc = \frac{36.36 - 12.+12 - 30.30}{2.12}$$

$$bc = \frac{1296 - 144 - 900}{24}$$

folglich $bc = \frac{252}{24} = 10\frac{1}{2}$ Ruthen.

7. Wenn man sich nun des Satzes aus der Geometrie erinnert, daß im rechtwinklichten Dreyeck das Quadrat der Hypothenuse den Quadraten der beyden Katheten gleich ist, so wird man durch Hülfe dieses Satzes und der bisherigen Betrachtungen noch mehrere nützliche Aufgaben berechnen können; wovon die folgende zur Probe dienen kann.

Aufgabe.

§. 219. Aus den gegebenen Seiten eines Dreyecks ABC Fig. 25 den Inhalt desselben zu finden.

$$\text{Der Inhalt } ABC = \frac{AB.DC}{2}$$

Man muß also den Perpendickel DC finden.

er ist $CD^2 = AC^2 - AD^2$

$$CD = \sqrt{(AC^2 - AD^2)}$$

folglich Inhalt des Dreyecks

$$ABC = \frac{AB\sqrt{(AC^2 - AD^2)}}{2}$$

Nun

Nun ist AB = 25°; AC = 15° und für AD hat man in Nr. 4 gefunden = 9. diese Werthe in der Formel substituirt, so ist

$$\Delta\ ABC = \frac{25.\sqrt{(15.15-9.9)}}{2}$$

$$\Delta\ ABC = \frac{25.\sqrt{144}}{2}$$

$$ABC = \frac{25.12}{2} = 150 \text{ Quadr. Ruthen.}$$

Wie oben §. 216.

§. 220. Weil nach Nr. 7. §. 218. der Inhalt des $\Delta\ ABC = \frac{AB\sqrt{(AC^2-AD^2)}}{2}$

so ist der Inhalt eines Parallelograms, welches gleiche Grundlinie und Höhe mit diesem Dreyeck hat:

$$2\ ABC = AB.\sqrt{(AC^2-AD^2)}$$

Es läßt sich also aus der gegebenen Grundlinie einer an derselben liegenden Seite, und der diese beyde Seiten einschließenden Diagonale, der Inhalt eines Parallelograms finden.

Aufgabe.

§. 221. Der Inhalt eines Rektangels BFGH Fig. 37. Tab. III. ist = 1440 Ruthen und eine seiner Diagonale GB = 82 Ruthen. Wie groß ist jede Seite?

Die

Die Seiten seyen

$$HB = x \text{ und } HG = y$$

so ist $x^2 + y^2 = (82)^2$ | $x . y = 1440$

$x^2 = (82)^2 - y^2$ | $x = \frac{1440}{y}$

und $x^2 = \left(\frac{1440}{y}\right)^2$

demnach $(82)^2 - y^2 = \left(\frac{1440}{y}\right)^2$

so ist: $6724 - y^2 = \frac{2073600}{y^2}$

$$6724 y^2 - y^4 = 2073600$$

und $y^4 - 6724 y^2 = -2073600$

$$y^4 - 6724 y^2 + (3362)^2 = 9229444$$

hieraus die Quadrat-Wurzel:

giebt $y^2 - 3362 = 3038$

$$y^2 = 6400$$

hieraus die Quadrat-Wurzel:

so ist $y = 80$ Ruthen.

folglich auch $x = 18$ Ruthen.

Den Inhalt eines Feldes zu finden, welches einem Trapez ähnlich ist.

§. 222. Hier muß man wissen, daß es zweyerley Trapezen gebe, nemlich allgemeine wie Fig. 26. und parallele wie Fig. 27.

Ist es ein paralleles wie Fig. 27. so addirt man die zwey Seiten AB und DE, welche mit ein-

einander parallel laufen, und halbirt die Summe. Um alsdenn den Inhalt zu finden, multiplicirt man die Hälfte mit der senkrechten Breite AE.

Z. E. es sey AB = 12° 5′ 3″
DE = 8° 2′ 1″

2 : 20° 7′ 4″

10° 3′ 7″

multiplicirt mit AE = 6° 0 3

3 1 1 1

6 2 2 2 0

6 2°5 3′11″ = Area.

§. 223. Die allgemeine Trapezen, worinnen keine Seite mit der andern parallel ist, werden ausgemessen, wenn man eine Diagonal-Linie von der Ecke A in die Ecke C Fig. 26. Tab. II. ziehet, daß zwei Triangel entstehen, deren jeder besonders ausgerechnet werden kann.

Es sey die Linie AC = 8° 6′ 4″
Höhe BF = 4° 3′ 1″
Höhe DE = 3° 8′ 5″

AC = 8° 6′ 4″	AE = 8° 6′ 4″
multipl. BF 4 3 1″	multipl. DE = 3 8 5
2 : 37° 23′ 84″	2 : 33° 26′ 40″
18° 61′ 92″	16° 63′ 20″
Inhalt d. Triang. ABC	Inhalt d. Triang. ADC.

Man

Man addire jetzt beyde Inhalte der Triangel.

Area ABC = 18° 61′ 92″
Area ADC = 16 63 20″

35° 25′ 12″ ganzer Inhalt des Trapezes.

§. 224. Nach diesen bisher angeführten zwei Ausrechnungs-Arten der Parallelen und allgemeinen Trapezen werden alle dergleichen Figuren ausgerechnet, und ausgemessen. Wenn aber diese letztere Ausrechnung beschwerlich wäre, so kann man sich folgender Methode bedienen, da man den ganzen Inhalt des Trapezes auf einmal finden kann. Weil in voriger Fig. 26. Tab. II. die Linie AC beyder Triangel Grundlinie ist, so kann man die beyde Perpendickel BF und DE addiren, die Summe mit der Diagonal-Linie AC multipliciren, und das herausgebrachte halbiren, so kommt auch der Inhalt.

Z. E. BF = 4° 3′ 1″
DE = 3 8 5″

8° 1′ 6″
AC = 8 6′ 4″ multipl.

70°50′24″
2 :

35°25′12″ = Inhalt wie oben.

§. 225. Die Auflösung der Aufgaben §.§. 222. 223. 224. gründet sich darauf.

1. Bey dem Parallel-Trapez.

Man nehme von der 69. Fig. das Stück ADFB als ein solches Parallel-Trapez wo DF und AB die parallele Seiten sind.

FA sey eine Diagonale und FE Höhe des Dreyecks AFB.

DF sey $= b$, $AB = c$, $AD = a$

so ist wenn ADF recht winklicht:

$$\Delta\, ADF = \frac{ab}{2}$$

und $\Delta\, AFB = \frac{c.\, FE}{2}$

mithin $\Delta\, ADF + \Delta\, AFB = \frac{ab}{2} + \frac{c.\, FE}{2}$

das ist $ADFB = \frac{ab}{2} + \frac{c.\, FE}{2}$; und weil

$$FE = AD = a$$

so ist $ADFB = \frac{ab}{2} + \frac{ca}{2}$

$$\text{aber } \frac{ab}{2} + \frac{ca}{2} = \frac{ab + ca}{2} = a.\left(\frac{b+c}{2}\right)$$

folgl. $ADFB = a.\left(\frac{b+c}{2}\right)$ oder $= \frac{a}{2}.\ b+c.$

2. Es sey Fig. 26. die gemeinschaftliche Grundlinie beyder Dreyecke $AC = a$, Höhe $BF = b$, Höhe $ED = c$.

so

$$\text{so ist } ABC = \frac{ab}{2}$$

$$ADC = \frac{ac}{2}$$

$$\text{mithin } ABC + ADC = \frac{ab}{2} + \frac{ac}{2}$$

$$\text{das ist: } ABCD = \frac{ab}{2} + \frac{ac}{2}$$

$$\text{aber } \frac{ab}{2} + \frac{ac}{2} = \frac{ab+ac}{2} = \frac{a(b+c)}{2}$$

$$= a\left(\frac{b+c}{2}\right)$$

$$\text{folglich } ABCD = \frac{a(b+c)}{2} = a.\left(\frac{b+c}{2}\right)$$

Anmerkung. Es ist nöthig, hier einen Irrthum anzumerken, den viele Feldmesser begehen, wenn ihnen ein solcher viereckichter Platz vorkommt, wie Fig. 26. so addiren sie die Seiten AB und DC, desgleichen BC und AD, halbiren alle beyde, und multipliciren sodann beyde Hälften, und meynen, sie haben den Inhalt, es ist aber grundfalsch; denn auf diese Art würde der Inhält immer gleich groß seyn, wenn das Trapez auch noch so stark verschoben wäre. Auch muß hiebei wohl bemerkt werden, daß, wenn ein Trapez auf vorbeschriebene Art berechnet wird, jedesmal die beyde Perpendickel auf der nemlichen Grundlinie stehen müssen. Man muß sich nicht einbilden, daß die halbe Summe der bey-

beyden Perpendickel DG und EF in die Diagonale AD multiplicirt, des Trapezes AEDC Fig. 28. Inhalt gebe.

Ein jedes geradlinigtes Feld auszumessen, welches mehr als vier Seiten hat.

§. 226. Man zerlegt ein solches Feld in lauter Triangel durch Diagonalen wie Fig. 28. Tab. II. und rechnet sodann jeden Triangel besonders aus. Bekommen aber einige Triangel eine gemeinschaftliche Grundlinie, wie AC den beyden daran liegenden Triangeln gemeinschaftlich ist, so werden sie ausgerechnet, wie in der 2ten Art des §. 224. gezeigt worden. Z. E.

Es sey BH = 2° 8′ 0″
DG = 3° 4′ 0″
2: 6 2 0
3° 1′ 0″
mult. mit AC = 6 0 2
18°,66′,20″ = Inhalt der beyden Triangel ADC und ACB.

ferner sey AD = 5° 4′ 2″
mult. EF = 2° 5′ 1″
2: 13° 60′ 42″
6° 80′ 21″

Inhalt des
△ADE = 6° 80′ 21 } addirt.
△ACB + ADC = 18 66′ 20 }
25° 46′ 41″ = dem Inhalt des ganzen Stück Feldes.

§. 227. Würde diese Art, ein Feld auszumessen, durch so vielerley Linien zu weitläuftig seyn, so kann man folgenden Weg einschlagen, nemlich, man zerlegt das Feld in lauter

lauter Parallel-Trapezen, und an den Enden in rechtwinkelichte Triangel, (Fig. 29.) welches geschiehet, wenn man auf der Linie AB vermittelst der Meßscheibe-Perpendickel in die entgegenstehende Winkel C, D, E, F aufrichtet, und sodann ein jedes Parallel-Trapez besonders ausrechnet, nach §. 222. Z. E. das Feld Fig. 29. werde gemessen, und gefunden

für die Perpendickular-Linien AF = 3° 5′ 1″
— — — — GE = 4° 2′ 3″
— — — — HD = 2° 6′ 7″
— — — — IC = 4° 3′ 1″

für die Grundlinie AG des 1) Trapezes 3°4′
— — — GH — 2) — 2°3′3″
— — — HI — 3) — 2°5′6″
— — — IB — 4) — 3°

so ist die Berechnung

AF = 3 5 1″
GE = 4 2 3″
7°7′4″
AG 3 4 0 multipl.
26°31′00
2: 13°15′80″ =
Area 1)

GE = 4° 2′ 3″
HD = 2° 6′ 7″
6° 9′ 0″
GH = 2° 3′ 3″
16° 07′ 70″ mult.
2: 8° 03′ 85″ =
Area 2)

HD

HD = 2° 6′ 7″	IC = 4° 3′ 1″
IC = 4° 3′ 1″	IB = 3 0′ 0″
6° 9′ 8″	12° 93′ 00″
AI 2° 5′ 6″ mult.	2:
17° 86′ 88″	6° 46′ 50″ = Area 4)
2:	
8° 93′ 44″ = Area 3)	

Jetzt addire man alle Areas zusammen.

Area 1) = 13° 15′ 80″
Area 2) = 16° 07′ 70″
Area 3) = 8° 93′ 44″
Area 4) = 0° 46′ 50″
Inhalt des ganz. Feldes = 36° 49′ 59□″.

§. 228. Würde das auszumessende Feld nicht so schicklich da liegen, wie Fig. 29. sondern ganz irregulär wie Fig. 30. so müßte man mitten durch das ganze Stück, wo es am schicklichsten ist, z. E. von A nach K eine Linie ziehen, und auf allen Ecken Pfäle ausstecken, und vermittelst der Winkelscheibe Perpendickular-Linien auf die Linie AK aufrichten, so kann man das ganze Feld ausrechnen wie §. 227.

§. 229. Diejenige Felder, welche Stelzen haben, wie sie der Landmann nennt, Fig. 49. Tab. III. haben in ihren Ausmessungen nichts besonders; man theilt sie nach der bisherigen Anweisung in Triangel oder Parallel-Trapezen ab,

ab, aber nur so, daß man sich die Ausmessung selbst erleichtert; so wird zum Beyspiel in der 49. Fig. das Stück ABCD besonders, und das Stück EDFG besonders ausgemessen, beyder Inhalt zusammen addirt, die Summe ist der ganze Inhalt. Man setze voraus BC sey auf BA, und GE auf DC senkrecht.

Es sey AB = 29° 5′	DE = 15° 8′
CD = 27° 8′	FG = 13° 2′
57° 3′	29° 0′
2 :	2 :
28° 6′ 5″	14° 5′
mult. mit BC = 36° 7′ 0″	EG = 20° 0′ multipl.
1033° 10′ 50″	290° 00′ 00″

Addirt.

Area ABCD = 1033° 10′ 50″
Area DEFG = 290° 00′ 00″

1323° 10′ 50″ Area des ganzen Feldes.

§. 230. Diese bisher angezeigte Fälle sind nun die gewöhnlichste, welche sich beynahe auf alle Fälle, die nur vorkommen können, anwenden lassen; es giebt aber viele Felder, die an Wassergräben oder Straßen liegen, diese haben nicht allemal gerade Linien, sondern vielerley Krümmungen, deswegen man sich besonderer Vortheile und Handgriffe bedienen muß, wie wirklich soll angezeigt werden. Ein Stück Feld, wie

wie Fig. 31. Tab. II. kommt gar oft vor, da nemlich beyde Krümmungen AFC und CED mit einander parallel laufen. Hier mißt man von A gerade nach B, und multiplicirt diese gefundene Linie mit der senkrechten Breite AC oder BD, so kommt der Inhalt des Feldes richtig. Ist aber das Feld wie Fig. 32. so mißt man mitten durch, wie AB, errichtet sodann Perpendikul, und mißt sie aus wie oben §. 227. Fig. 29. Begreiflich erhält man den Inhalt um so genauer, jemehr man an die krumme Linie Perpendikel fällt.

Ein Feld, welches an einem Graben oder Fluß liegt, und viele Krümmungen hat, auszumessen.

Auflösung. Fig. 33. Tab. II.

§. 231. Bey solchen Feldern kann man die gerade Linie AB gelten lassen, weil das, was auf der einen Seite weg, auf der andern wieder hinzufällt; freylich darf man sich durch eine solche Durchschnitts-Linie nicht viel Genauigkeit versprechen. Es läßt sich alsdenn ein solches Stück Feld leicht nach bisherigen, besonders aber nach §. 222. ausmessen.

Den Inhalt eines Sees zu finden, welchen man zwar umgehen, aber nicht in denselben hineingehen kann.

§. 232. Man stecke rings um den See ein verlängertes Viereck oder Quadrat ab ABCD

Fig.

Fig. 34. nach Beschaffenheit der Umstände, und messe die Grundlinie CD und die Breite der Höhe AC, multiplicire diese gefundene Maaße mit einander, so kommt der Inhalt des ganzen Oblongs heraus, auch den See mitgerechnet. Zum Ex. die Linie CD halte 24° 3′ 5″ und die Breite AC 140° 7′ 8″, so ist

24° 3′ 5″
140° 7′ 8″ mult.

359° 89′ 30″ = Area des ganzen Oblongs ABCD.

Nun muß man Perpendikular-Linien auf AB und CD aufrichten, wie ab, cd, ef ꝛc. so viel man glaubt, daß zur richtigen Ausmessung genug seyen, so entstehen die kleinen Parallel-Trapezen 1. 2. 3. 4. ꝛc. welche man besonders ausmißt, nach der Methode, welche §. 222. vorgetragen worden; wird alsdenn ihr Maaß zusammen addirt, und die Summe von dem ganzen Inhalt des oben herausgebrachten Oblongs subtrahirt, so bleibt der Inhalt des Sees übrig.

Zum Exempel:

das

das Stück Nro.	1.	halte		$3^{\circ}\ 12'\ 24''$
—	2.	—		$7^{\circ}\ 14'\ 10''$
—	3.	—		$7^{\circ}\ 12'\ 18''$
—	4.	—		$6^{\circ}\ 18'\ 24''$
—	5.	—		$8^{\circ}\ 36'\ 64''$
—	6.	—		$5^{\circ}\ 64'\ 12''$
—	7.	—		$10^{\circ}\ 30'\ 24''$
—	8.	—		$8^{\circ}\ 84'\ 16''$
—	9.	—		$9^{\circ}\ 16'\ 31''$
—	10.	—		$3^{\circ}\ 12'\ 16''$
—	11.	—		$8^{\circ}\ 36'\ 27''$
—	12.	—		$8^{\circ}\ 36'\ 27''$
—	13.	—		$8^{\circ}\ 14'\ 23''$
Inhalt aller Trapezen			=	$93^{\circ}\ 87'\ 16''$

Dieser herausgebrachte Inhalt der Trapezen muß von $359^{\circ}\ 89'\ 30''$, als von dem ganzen Oblong abgezogen werden, wenn man den Inhalt des Sees erhalten will.

$$\begin{array}{r} 359^{\circ}\ 89'\ 30'' \\ 93\ \ 87\ \ 16 \\ \hline 266^{\circ}\ 02'\ 14'' \end{array} = \text{Inhalt des Sees.}$$

Den Inhalt eines zirkelrunden Feldes auszumessen.
Fig. 35. Tab. II.

§. 233. Zirkelrunde Felder kommen selten vor, daher die Ausmessung eines zirkelförmigen Feldes nicht allgemein ist; man weiß, daß, wenn man den Diameter eines jeden Zirkels in 7 gleiche Theile theilt, der Umkreis beinahe 22

 der-

dergleichen Theile habe, mithin kann jede Zirkel-Linie nach dieser Verhältniß gefunden werden, wenn man den Diameter oder Durchmesser eines solchen Zirkel-Bogens weiß. Man muß aber bei Ausmessung eines solchen Feldes den Diameter und den Umkreis zugleich wissen. Man würde schlecht zurecht kommen, wenn man mit der Meßruthe rings umher messen wollte, mithin muß man vorher wissen, wie aus dem bekannten Diameter der Umkreis gefunden werde. Es sey aus dem bekannten Diameter des Zirkels Fig. 35., welcher 100′ ist, der Umkreis durch obige Verhältniß zu finden.

Man spricht: 7′ giebt 22′; was giebt 100′?

Nach dem Reesischen Satz aber X Periph. | 100′
7′ | 22′

Fac. $314\frac{2}{7}$.

Will man nun den Inhalt eines zirkelrunden Feldes wissen, so muß man den Diameter mit dem Umkreis multipliciren, und das Produkt mit 4 dividiren. Z. E.

der Diameter AB ist = 100′

der gefundene Kreis $314\frac{2}{7}$′

7 | 22° 00′ 00″
4 |

divid. mit 28 in 78′ $57\frac{1}{7}$″ = Inhalt des ganzen Zirkels.

1. An-

1. Anmerkung. Würde die Berechnung der Peripherie, aus dem Diameter den Umkreis zu finden, jemand zu schwer vorkommen, so kann man sich auf folgende Art leicht helfen. Man steckt rings um den Umkreis des Feldes Stäbe je 3 und 3 Schuh weit von einander, (man kann den Abstand der Stäbe, wenn man will, kleiner annehmen), und zieht um die Stäbe eine Schnur rings um das Feld, so ist die Schnur das Maaß und beinahe dem Umkreis gleich, und man kann alsdenn den Umkreis des Feldes leicht finden, wenn man den Diameter mit dem Umkreis multiplicirt, und das Produkt mit 4 dividirt. Z. E. der Diameter eines runden Feldes

	sey = 8′
die Schnur, so um das Feld gezogen worden, halte im Maaß	. 25′
divid. mit 4	200

beynahe wahrer Inhalt des Feldes = 50′.

Wollte man nach einem genaueren Verhältnisse rechnen, als 7 : 22, so könnte man folgendes nehmen, nemlich, wenn man den Diameter in 100 Theile theilt, so hat der Umkreis beynahe 314. Es ist aber obige Verhältniß 7 : 22 zum Feldmessen richtig genug.

2. Anmerkung. Die allgemeine Formel für den Inhalt einer jeden Zirkelfläche ist: $\frac{D^2\pi}{4}$, wie sich aus der Elementar-Geometrie erweisen läßt: und weil $D=2r$ so ist auch $\frac{4r^2\pi}{4} = r^2\pi$ eine allgemeine Formel für jede Zirkelfläche.

Es ist also:

1) $\frac{D^2\pi}{4}$ = dem Inhalte einer Zirkelfläche.

2) $r^2\pi$ = dem Inhalte einer Zirkelfläche.

In diesen Formeln bedeutet D, den Diameter und r den halben Diameter oder Radius eines Kreises; π aber bedeutet die Verhältnißzahl 3,14 zu dem Diameter eines Kreises, welche immer bey jeder Kreis-Rechnung dieselbe bleibt. Es ist sehr vortheilhaft, wenn man diese Formeln im Gedächtnisse hat; denn eben dadurch hat man zugleich den Vortheil, daß man sich nicht lange auf eine Ausrechnung für einen vorgegebenen Kreis besinnen darf. Beyde Formeln bringen für einen und eben denselben Kreis einerley Resultat, wie aus folgendem Beyspiel erhellen wird.

Der Durchmesser einer zirkelrunden Fläche ist 8° 4′ 6″. Wie groß ist ihr Flächenraum?

1) Nach

1) Nach der Formel Nr. 1.

Hier ist $D = 8,46^{\circ}$ und $\pi = 3,14$

folgl. Inhalt $= \frac{(8,46^{\circ})^2 \cdot 3,14}{4}$

Das giebt

für den Inhalt $= 56^{\circ}\ 18'\ 37''\ 06'''$ Flächenmaaß.

2) Nach der Formel Nr. 2.

Hier ist: $\frac{8,46}{2} = 4,23^{\circ} = r$; und $\pi = 3,14$

folgl. Inhalt $= (4,23^{\circ})^2 \cdot 3,14$

giebt, wenn man wirklich multiplicirt für den Inhalt $= 56^{\circ}\ 18'\ 37''\ 06'''$ wie in Nr. 1.

Aus den beyden Formeln Nr. 1. und 2. lassen sich noch andere herleiten, durch welche man schöne und nützliche Aufgaben bequem auflösen kann. Wenn z. E. der Inhalt der Kreisfläche gegeben ist, so kann man den Diameter und Peripherie des Kreises finden. Für diese Fälle verwandeln sich obige Formeln in folgende: und zwar für den Diameter und Radius.

1) $D = \sqrt{\left(\frac{4 . \text{Inhalt}}{\pi}\right)}$

2) $r = \sqrt{\left(\frac{\text{Inhalt}}{\pi}\right)}$

Wenn man endlich aus dem gefundenen Innhalt einer Kreisesfläche die Quadratwurzel extrahirt, so erhält man die Seite eines Quadrats, welches gleichen Innhalt mit der Kreisesfläche hat; durch dieses läßt sich also eine jede Kreisesfläche in ein Quadrat verwandeln. Daher heißt die Findung ihres Innhalts die Quadratur.

Von dem Ausmessen der Linien und Felder mit Schritten.

§. 234. Daß ein richtiges Augen- und Schrittmaaß einem Feldmesser nöthig und nützlich sey, wird wohl niemanden in Zweifel ziehen. Was das erste betrift, ich meyne das Augenmaaß, so erlaubt es der Raum hier nicht, sich darauf einzulassen. Wie aber in gewissen vorkommenden Fällen durch das Schrittmaaß eine Linie oder auch eine Fläche bestimmt werden könne, davon sollen einige Proben angeführt werden, welche denjenigen hinlänglich in Stand setzen werden, der die Länge einer Linie oder den Innhalt einer Fläche nur ungefähr bestimmen will; und da ohnehin dergleichen Fälle sehr oft vorkommen können, wo man so etwas in der Geschwindigkeit ohne einen Maaßstab bey der Hand zu haben, bestimmen solle, so glaube ich, ein kurzer Unterricht werde hier nicht am unrechten Orte angebracht seyn.

Wenn man eine Linie mit Schritten messen und das Schrittmaaß auf Ruthen oder Schuh bringen will, so muß zwischen einer Anzahl Schritte und einer Ruthe ein Verhältniß bestimmt werden, das ist: man muß wissen, wie viel Schritte auf eine Ruthe gehen; da aber eine allgemeine Regel schwerlich zu bestimmen ist, welche sowohl für den, der große Schritte, als für den, welcher mittelmäßige und kleine Schritte macht, passend ist, so muß jeder, welcher sich mit der Meßkunst abgiebt, selbst für sich ein Verhältniß bestimmen. Dieses nun erhält man am sichersten, wenn die Länge einer Linie genau ausgemessen und ihr Maaß dadurch bestimmt wird, die Linie öfters (welches ja beym Spazierengehen in müßigen Stunden geschehen kann), hin und her geht, und die Schritte jedesmal zählt; man muß sich aber im Abschreiten und Schrittmachen keinen Zwang anthun, sondern nur so fort gehen, wie man beym ordentlichen Gehen gewohnt ist; denn wenn man beym Anfang größere Schritte macht, als die Gewohnheit es mit sich bringt, so wird man nicht nur gar bald ermüdet, und welches gemeiniglich geschiehet, am Ende sich vergißt und statt größerer kleinere Schritte macht; eine Bemerkung, die man nicht als etwas unbedeutendes ansehen darf. Auf diese Art habe ich z. E. eine gewisse Weite öfters durch gewöhnliche Schritte gemessen, und beym Zählen meistens einerley Anzahl gefunden, nachgehends

habe ich die Linie mit der Meßruthe gemessen, das gefundene Maaß mit den gefundenen Schritten verglichen, und gefunden, daß von meinen Schritten gewöhnlich 15. auf 4 neue Ruthen gehen, auch mehrere Proben haben gezeigt, daß ich mich jederzeit auf das Schrittmessen zu meiner Absicht, so ziemlich habe verlassen können. Da ich nur ein Verhältniß zwischen meinen Schritten und einer Ruthe weiß, so ist es mir auch etwas leichtes, eine Anzahl Schritte in ordentliches Längenmaaß zu verwandeln.

Aufgabe.

§. 235. Es sey die Linie AB Fig. 44. Tab. III. mit Schritten abgemessen worden, und man hätte gefunden 220 Schritte, man solle das Maaß in Ruthen bestimmen.

Auflösung.

Hier darf man nur sprechen:

15 Schritt geben 4 Ruthen, wie viel Ruthen geben 220 Schritt?

X_0 R.	220 Schritt.
15 Schritt	4^0 Ruthe.

3 in 176

$58\frac{2}{3}$ Ruthen,

d. i. 58 Ruthen und 6 Schuh neues Maaß.

Auf-

Aufgabe.

§. 236. Eine Anzahl Quadratschritte zu Quadratruthen zu verwandlen.

Auflösung.

Es sey gefunden worden für die Linie AB Fig. 22. Tab. II. in Schritten = 123. für AC . . . = 49. so wird der Inhalt in Quadratschritten seyn, wenn die Grundlinie in die Höhe multiplicirt wird = 6027. Da nun 4 Längenruthen nach obigem Verhältniß = 15 Schritte angenommen worden, so müssen folglich 16 Quadratruthen = 225 Quadratschritte halten, mithin man leicht bestimmen kann, wie viel obig gefundene 6027 Quadratschritte Quadratruthen geben.

Man spricht nemlich:

225 Quadratschritte geben 16 Quadratruthen, wie viel geben 6027 Quadratschritt?

Nach der Reesischen Rechnung:

X. Q. R.	6027 Q. Schr.
225 Q. Schr.	16 Q. R.

Fac. 428 Quadr. Ruthen, $58\frac{1}{2}$ Schuh.

Auf diese Art kann man eine Linie wie auch den Innhalt einer Fläche so ziemlich genau bestimmen, hauptsächlich aber in solchen Fällen, wo man mit dem Ungefähren zufrieden ist. Wo man aber eine Genauigkeit bis auf Zolle

und Linien verlangt, so versteht sich von selbsten, daß dazu bestimmte Instrumente gebraucht werden müssen.

§. 237.

Von der Theilung der Figuren und Felder.

Ein Feld in etliche gleiche oder ungleiche Theile zu theilen, ist in der Feldmeßkunst die schwerste und mühsamste Arbeit. Das meiste kommt darauf an, daß man wisse, wie ein Stück von so und so viel Ruthen von einem Stück Feld abgeschnitten werden solle, und dieses abzuschneidende Stük verlangt man entweder in Gestalt eines Triangels oder gleich breiten Stücks. Man heißt die Linie, welche ein gewisses Stück abschneidet, Theilungslinie oder Scheidlinie.

Ein jedes Stück Feld, welches einem Oblong oder verlängerten Viereck gleicht, in so viele Theile zu theilen, als man verlangt, z. E. in 3 Theile.
Fig. 36. Tab. II.

§. 238. Weil die Linien AC und BD einander gleich sind, so darf man nur diese Linien messen, und jede in 3 gleiche Theile theilen, und aus den gefundenen Punkten die Scheidlinien GF und HI abstecken. Auf diese Art werden nun alle verlängerte, schiefe oder gerade Oblonge abgetheilt, wenn man nur die einander entgegen stehende Seiten richtig in ihre

ihre gehörige Theile eintheilt, und die Scheidlinien zieht.

Ein solches verlängertes Viereck also zu theilen, daß die Scheidlinie durch einen gewissen Punkt gehe.

Aufgabe.

§. 239. Es sey ein Stück Gut unter zwey Besizer auszutheilen, worinnen sich ein Brunnen A befindet, Fig. 37. Tab. III. Nun soll die Scheidliinie so gezogen werden, daß jeder Besitzer frey auf seinem Eigenthum zum Brunnen kommen könne.

Auflösung.

Man ziehe die Linie BG, und theile sie in zwey gleiche Theile, in C, so kann man durch den Punkt G und den Brunnen A die Scheidlinie abstecken; alsdann ist das Feld in zwey gleiche Theile getheilt, und jeder kann zum Brunnen auf seinem Eigenthum kommen.

Anmerkung. Diese Aufgabe gründet sich auf den geometrischen Satz: Jede gerade Linie durch den Mittelpunkt einer Diagonallinie gezogen, theilt das Parallelogramm in 2 gleiche Theile.

§. 240. Weil aber auf eine solche Art ein Feld abzutheilen nicht sehr vortheilhaft ist, indem die Theile so irregulär werden, sonderheitlich wenn das Feld in mehr als zwey Theile getheilt wird,

wird, so muß man sich in solchen Fällen nach der Willkühr der Besitzer richten, unter welche ein solches Stück Gut ausgetheilt wird. Gesetzt nun Fig. 38. sollte in 3 gleiche Theile getheilt werden; A ist der Eingang, welcher sonst nirgends am ganzen Gut kann angebracht werden. Würde man das Feld in 3 gleiche Theile theilen, ohne den Eingang mit in Betracht zu ziehen, so würde der mittlere Theil, auf welchen der Eingang fällt, Schaden leiden, wegen des Aus- und Einlaufens. Diesen Schaden wieder zu ersetzen, läßt man beym Eingang A ein gemeinschaftliches Stück BCDE liegen, mißt es besonders aus, und siehet, was dem mittleren Stück dadurch abgehet, und ersetzt solches durch Abschneiden, von den Stücken 1. und 3. wie wir bald zeigen werden. Z. E. das ganze Feld halte 246°, folglich kommt auf einen dritten Theil 82°. Das Maaß aber des gemeinschaftlichen Wegs BCDE beträgt 18′, welche dem mittleren Stück abgehen. Diese 18′ sind allen dreyen Besitzern gemein, weil jeder darauf aus- und eingeht oder fährt, folglich muß jeder 6′ am Weg leiden, mithin fehlen dem mittleren Stück 2. nur noch 12′, welche von dem ersten und dritten Stück abgemessen werden müssen. Da denn die Scheidlinien BF und CG können abgesteckt werden, und ein jeder Theil ist alsdenn nur noch ohne den gemeinschaftlichen Weg 18° 94′ groß. In andern Fällen theilt man das Gut in die gehörige Theile, und läßt die

Sache

Sache durch die Besitzer ausmachen, denn es ereignet sich öfters, daß nicht nur in solchen Fällen bey Eingängen, Thüren oder Brunnen, oder auch wenn ein Feld nicht durchaus gleich gut ist, ein jedes Stück besonders angeschlagen, darum geloset, und das übrige mit Geld bezahlt wird. Gut ist es, wenn ein Feldmesser selbst ein verständiger Mann ist, der nicht nur die Gegenden und Güte der Felder kennt, und dadurch den Bauren mit Rath in derley Fällen an die Hand gehen kann.

Von einem Stück Feld ein anderes abzumessen, das die Gestalt eines Triangels hat.

§. 241. Man messe die Grundlinie AB Fig. 40. und halbire sie, sie sey 36°, so ist die Hälfte = 18°. Mit dieser Hälfte dividire man in den Innhalt des abzuschneidenden Stücks oder Triangels, welcher in gegenwärtigem Fall 21° 78′ 00″ sey, so hat man die Höhe des verlangten Triangels.

$$18° : | \underline{21° \; 78 \; 00}$$
$$1° \; 2' \; 1''$$

In dieser Weite der gefundenen Höhe zieht man mit der Grundlinie AB eine Parallellinie CD, und wo diese die Seitenlinie schneidet, so kann, von welchem Eck man will, eine gerade Linie gezogen werden, alsdenn ist der Triangel ABD abgeschnitten. Der Grund dieses Verfahrens beruht auf §. 215. Anmerk. 2. Nr. 1.

Ein gleich breites Stück von einem Feld abzumessen.

§. 242. Man solle 9° 37′ von Fig. 39. abmessen.

Auflösung.

Man messe die Grundlinie AB; sie sey im gegenwärtigen Fall = 4°, und dividirt sie in den Innhalt des abzuschneidenden Stücks, so bekommt man die Breite des verlangten Stücks, wenigstens ungefähr

$$4^\circ \text{ in } \frac{9^\circ\ 37'}{2^\circ\ 3'\ 4''+.}$$

In dieser gefundenen Breite muß man mit der Grundlinie AB eine Parallellinie CD ziehen, alsdenn mißt man die gezogene Linie, ist sie so groß als die Grundlinie AB, so hat man das verlangte Stück richtig, ist sie aber länger, so ist das Stück zu groß, ist sie aber kürzer, wie in gegenwärtigem Fall, so ist das Stück zu klein. Um aber das wahre Stück zu bekommen, so muß man durch Rechnung finden, um wie viel das Stück zu klein oder zu groß sey. Die Länge der gezogenen Linie CD sey 3° 4′ 2″. Diese Länge subtrahire man von der Grundlinie AB, welche 4° ist.

$$\begin{array}{r} 4^\circ\ 0'\ 0'' \\ \underline{3^\circ\ 4'\ 2''} \\ 5'\ 8'' \end{array}$$

Jetzt

Jetzt spricht man: die Linie CD = 3° 4′ 2″ giebt 5′ 8″, was giebt 2° 3′ 4″? oder nach dem Reesischen Satz:

X′	2° 3′ 4″
3° 4′ 2″	5′ 8″

Fac. 3′ 9″.

Wäre nun das abgeschnittene Stück zu groß gewesen, so müßte man diese letztgefundene 3′ 9″ gegen B auf der Linie DB herunter messen, wäre es aber zu klein gewesen, wie in gegenwärtigem Fall, so muß man gegen F die gefundene 3′ 9″ abmessen, da man sodann von F nach C die wahre Scheidlinie ziehen kann.

Anmerkung. Dieses Verfahren gründet sich darauf: Es ist nämlich, wenn die Linie CD kleiner oder größer als AB, das abgeschnittene Stück ACDB allemal um das Dreyeck AEC zu klein oder zu groß. Man hat also den Innhalt desselben im ersten Fall, oberhalb, im andern Fall aber unterhalb der Linie CD abzuschneiden nach §. 241. Der Innhalt dieses Dreyecks ist allemal bekannt. Es sey das Stück, um welches die Parallele CD entweder kleiner oder größer als die Grundlinie = b die Höhe CE = p, so ist der Innhalt des Dreyecks ACE = $\frac{b.p}{2}$. Eben so viel Flächenraum muß man an CD in Gestalt eines Dreyecks, dessen Grundlinie CD = a, und

und seine Höhe = x ist, abschneiden. Der Innhalt desselben ist $\frac{a.x}{2}$. Jetzt kann man folgende Gleichung formiren:

$$\frac{ax}{2} = \frac{bp}{2}$$

$$ax = bp$$

$$x = \frac{bp}{a}$$

Nach dieser sehr einfachen Formel kann man nun leicht berechnen, was man bey D hinauf oder herunter zu messen habe.

Eben dieses wird man auch erhalten, wenn man die Dreyecke AEC und CDF (nach dem 15. Satz 6. Buch Euclid) mit einander vergleicht. Nach diesem Satz hat man in obigen Benennungen

$$a : b = p : x.$$

das giebt $x = \frac{bp}{a}$ wie vorher.

Aufgabe.

§. 243. Von Fig. 41. soll man 44° 84′ abmessen.

Auflösung.

Weil hier die Grundlinie nicht gerad ist, sondern einen Winkel bey D macht, so muß man eine gerade Linie AB ziehen, den Triangel ABD besonders ausrechnen, und dessen Innhalt von

von dem was abgemessen werden solle, abziehen, und den Rest alsdenn vollends auf der gezogenen Linie AB abschneiden. Z. E. die Linie AB halte 11° 6′, die Linie DC 3° 4′, so ist

AB = 11° 6′
DC = 3° 4′ multipl.
2: 39° 44′
19° 72′ Inhalt des Triangels.

Diesen subtrahire man von dem ganzen abzuschneidenden Stück 44° 84′
Area ABD 19° 72′ subtr. also hat man noch auf der Linie AB = 25° 12′ abzuschneiden. Dieses letztere dividire man mit der Linie AB, so kommt die Breite AG, wo man aus G gegen F die Scheidlinie ziehen kann.

Berechnung.

11° 6′ in 25° 42′ dividirt
kommt 2° 1′ 9″ für die Breite AG.

Nun hält die gefundene Linie GF 12° 4′; sie ist aber um 8′ grösser als AB.

Jetzt spricht man:

12° 4′ 0″ geben 8′; was geben 2° 1′ 9″? oder nach dem Reesischen Satz:

X′′	119″
1240″	8″

Fac. 1° 4′ 1″. Muß man noch gegen A herunter messen, so ergiebt sich die wahre Scheidlinie aus E gegen F.

§. 244. Würde die untere Linie einen Winkel machen, wie E Fig. 42. so muß man den Inhalt des Triangels ABE ausrechnen, und zu dem Stück, welches abgemessen werden soll, addiren, und erst nach dieser Summe das verlangte Stück auf der Linie AB abschneiden. Z. B. man soll von der ganzen Fig. 12° 54′ 36″ abschneiden. Man ziehe die Linie AB, und messe sie, und rechne den Inhalt des Triangels AEB aus; er halte im gegenwärtigen Fall = 5° 46″

Dieses zum abschneidenden Stück addirt:

	12° 54′ 36″
	5° 46′ 00″
kommt =	18° 00′ 36″

welches Maaß auf der Linie AB abgeschnitten werden muß.

Von einem Feld, das die Gestalt der 43. Figur hat, soll man 18° 24′ abmessen.

§. 245. Man siehet hier sogleich, daß die Scheidlinie noch über den Winkel C hinauf kommen werde, mithin muß man in solchem Fall die Linie CD mit AB gleichlaufend ziehen, und das Stück ABCD besonders ausmessen, welches im gegenwärtigen Fall 10° 16′ 26″ hält, und vom ganzen abzuschneidenden Stück subtrahiren.

Z. E. 18° 24′ 00″
10° 16′ 26″

folglich muß noch 8° 07′ 74″ auf der Linie CD abgeschnitten werden, da sodenn die wahre Scheidlinie in GF kommt.

Ein jedes Stück Feld in verlangte gleiche Theile zu theilen. Fig. 44. Tab. III.

§. 246. Man rechnet den Inhalt des ganzen Feldes aus, und dividirt ihn in so viel Theile, als man verlangt, zum Beyspiel, der Inhalt des Feldes ABCD sey 116° 67′, und soll in 3 gleiche Theile getheilt werden.

116° 67′
3: ―――――
38° 89′ kommt auf jeden Theil. Nun kann die Linie AB zur Grundlinie angenommen, und ein Theil nach dem andern abgeschnitten werden. Z. E.
die Länge AB sey 16° 5′
divid. mit 16° 5′ | 38° 89′ 00″
2° 3′ 5″ +.

Diese 2° 3′ 5″ müssen von B nach H und von A nach G abgemessen werden, so kann man die erste Scheidlinie GH ziehen. Ferner messe man von H nach F und von G nach E wieder 2° 3′ 5″, so bekommt man die zweite Scheidlinie EF; nun sind 2 Theile abgeschnitten, das dritte Stück aber darf man nicht abschneiden, weil es von selbsten übrig bleibt.

Anmerkung. Man setzt hier voraus, daß AC und BD auf AB senkrecht seyen, wo nicht, so müssen jedesmal solche Perpendikel auf der Grundlinie AB errichtet werden, auf welchen die Theilpunkte G, E, H und F bemerkt werden können. Hiebey ist aber noch besonders zu bemerken: Wenn die Theilungslinien AG, EF größer oder kleiner wären, als die Grundlinie AB, so muß man die abgeschnittene Stücke nach der Erinnerung in §. 242. sorgfältig mit einander vergleichen.

Vorheriges Stück Feld in ungleiche Theile zu theilen.

§. 247. Z. E. Jakob soll davon haben $\frac{1}{3}$tel, Hans Jerg $\frac{1}{4}$tel, Michel $\frac{2}{5}$tel.

Hier muß eines jeden Theil nach der Gesellschafts-Regel also gefunden werden:

1) Die gegebene Brüche müssen auf gleiche Benennung, oder wegen leichterer Führung der Rechnung auf Decimalbrüche gebracht werden, nach §. 53. Es ist nemlich

$$\frac{1}{3} = 0{,}3333\ldots$$
$$\frac{1}{4} = 0{,}25$$
$$\frac{2}{5} = 0{,}4.$$
$$\overline{\quad 0{,}9833. \quad}$$

2) Nun

2) Nun spricht man:

0,9833.. giebt 116° 67′; was giebt 0,3333...
= 39° 53′ 64″

0,9833.. giebt 116° 67′; was giebt 0,25
= 29° 66′ 48″

0,9833... giebt 116° 67; was giebt 0,4
= 47° 45′

Also bekommt

Jakob 39° 53′ 64″
Hans Jerg 29° 66′ 48″
Michel 47° 45′.

Weil man jetzo weiß, was eines jeden Theil ist, so kann ein jedes Stück besonders abgeschnitten werden, wie bisher gezeigt worden.

Ein Stück Feld wie ABCD Fig. 50. Tab. 4. soll in 3 ungleiche Theile getheilt werden, davon soll Conrad haben $\frac{3}{8}$, Joseph $\frac{2}{3}$tel und Matthes $\frac{1}{4}$tel.

§. 248. Wäre vorhergehende Methode etwa nicht bequem, so kann man sich folgender Art bedienen: Man messe die Seite AC und BD. Zum Beyspiel: AC halte 36°, BD, 24°. Nun addirt man alle 3 Theile zusammen, und spricht: alle 3 Theile bekommen die ganze Linie AC; was für einen Theil von der Linie AC bekommen $\frac{3}{8}$tel, $\frac{2}{3}$tel, $\frac{1}{4}$tel? auf gleiche Art verfährt man bey der Linie BD, da man ebenfalls spricht: alle 3 Theile bekommen die Linie BD; was bekommen $\frac{3}{8}$tel, $\frac{2}{3}$tel, $\frac{1}{4}$tel? so wer-

den

den sich, wenn man nach der Ausrechnung die gehörige Theile auf AC und BD abmißt, Punkte ergeben, aus welchen die Scheidlinien gezogen werden können. Wenn AC = 36° und BD = 24, so ist die Berechnung:

1) Die Brüche in Decimalbrüche verwandelt hernach addirt

$\frac{3}{8} = 0,375$
$\frac{2}{3} = 0,6666 \ldots$
$\frac{1}{4} = 0,25.$

ihre Summe $= 1,2916 \ldots$

2) Nun spricht man bey der Linie AC:

1,2916 ... geben 36°; was geben 0,375
$= 10° \; 4' \; 5'' \; 1''' \ldots$

1,2916 ... geben 36°; was geben 0,6666 ...
$= 18° \; 5' \; 8''$

1,2916 ... geben 36°; was giebt 0,25
$= 6° \; 9' \; 6 + \ldots$

3) Eben so bey der Linie DB:

1,2916 .. geben 24; was geben 0,375
$= 6° \; 9' \; 6'' \; 6''' \ldots$

1,2916 .. geben 24; was geben 0,6666 ..
$= 12° \; 3' \; 9''$

1,2916 .. geben 24; was geben 0,25.
$= 4° \; 6' \; 4''.$

Dem Conrad muß man also auf der Linie AC von C gegen A abmessen 10° 4′ 5″ +, und

und auf der Linie DB von D gegen B 6° 9′ 6″, so kann man die Scheidlinie EF ziehen, und Conrad bekommt zu seinem Theil das Stück Nro. I.

Ferner muß man dem Joseph von E nach A abmessen 18° 5 = 8″ +, und von F nach B 12° 3′ 9″ +, so bekommt Joseph für seinen Theil das Stück Nr. II. Sind diese 2 Stücke richtig abgemessen, so hat man nicht nöthig, das letztere Stück besonders auszurechnen, weil es von selbsten übrig bleibt.

Ein Stück Feld, wie Fig. 45. Tab. III. soll man in drey gleiche Theile theilen.

§. 249. Man mißt das ganze Stück aus: zum Beyspiel, es halte 420°, und dividirt den Inhalt mit 3, so kommt heraus, wie viel ein jeder Ruthen haben muß. Nun steckt man mit Stäben nach Gutdünken die Scheidlinien BD und HF ab, und mißt sodann ein jedes Stück besonders aus; hat ein jedes abgeschnittenes Stück sein gehöriges Maaß, so ists gut, wo nicht, so muß man, im Fall das Stück zu groß wäre, davon — oder zu klein, dazu messen. Z. E.

$$\text{div. mit } 3:\ \frac{420}{140^\circ}\ \text{kommen auf einen Theil.}$$

Man messe das erste Stück, welches hält 110° Ruthen, mithin fehlen zu diesem Stück noch

noch 30°; diese muß man auf der Linie DB abmessen, so kommt die wahre Scheidlinie in EC.

Man messe auch das Stück Nr. 2. kommt für dessen Inhalt 156°, mithin ist das Stück noch um 16° zu groß. Diese muß man auf der angenommenen Scheidlinie HF abschneiden, so kommt die wahre Scheidlinie in IG.

Das 3te Stück hat man nicht nöthig zu messen, weil sich dessen Inhalt von selbsten ergiebt.

Anmerkung. Auf diese Art ein Feld abzutheilen, ist sehr vortheilhaft, sonderheitlich wenn das Feld allerley Krümmungen hat, folglich andern Abtheilungs-Arten weit vorzuziehen.

Eine Jäger Aufgabe.

§. 250. ABCD ist ein Stück Wald von ungleicher Güte im Gehölze. Von dem Stücke ABGF giebt der Morgen 17 Meß Holz. Von dem Stücke GFHI der Morgen 21 Meß, und von dem Stücke HICD giebt der Morgen 13 Meß. Nun will man 100 Meß Holz fällen. Wie weit muß man von C nach K messen, von wo aus die Linie KE mit CA parallel gezogen werden kann, damit man aus dem Stücke AEKC das verlangte Quantum Holz erhalte?

Arithmetische Auflösung.

Die Entfernung von C nach K sey $= x^\circ$
Die Breite des ersten Stücks AG sey $= 7^\circ$
Die Breite des 2ten Stücks GH sey $= 5^\circ$
Die Breite des 3ten Stücks HC sey $= 9^\circ$

Jetzt berechne man wie viel Meß Holz unter diesen Bedingungen zu nehmen seyen, und zwar

von dem ersten Stücke ABGF

$$\left.\begin{array}{r}384^\circ\text{ lang}\\ 1^\circ\text{ breit}\end{array}\right\}\text{ geben 17 Meß; was geben }\left.\begin{array}{l}x^\circ\text{ lang}\\ 7^\circ\text{ breit}\end{array}\right\}$$
$$= \frac{119x}{384}\text{ Meß.}$$

Von dem zweyten Stücke GFHI

$$\left.\begin{array}{r}384^\circ\text{ lang}\\ 1^\circ\text{ breit}\end{array}\right\}\text{ geben 21 Meß; was geben }\left.\begin{array}{l}x^\circ\text{ lang}\\ 5^\circ\text{ breit}\end{array}\right\}$$
$$= \frac{105x}{384}\text{ Meß.}$$

Von dem dritten Stück HICD

$$\left.\begin{array}{r}384^\circ\text{ lang}\\ 1^\circ\text{ breit}\end{array}\right\}\text{ geben 13 Meß; was geben }\left.\begin{array}{l}x^\circ\text{ lang}\\ 9^\circ\text{ breit}\end{array}\right\}$$
$$= \frac{117x}{384}\text{ Meß.}$$

demnach

$$\frac{119x}{384} + \frac{105x}{384} + \frac{117x}{384} = 100$$
$$\frac{341x}{384} = 100$$

hieraus wird $x = \frac{38400}{341}$

das giebt für $x = CK = 102^\circ 6' 0'' 9''' 9^{IV} \ldots\ldots$

oder die runde Zahl $102^\circ 6' 1''$ nach §. 24.

§. 251.

Noch etwas vom Theilen der irregulären Figuren, wie auch einiger Vortheile, die man dabey anbringen kann.

Satz.

Wenn die Grundlinie eines rechtwinkelichten Triangels in 2 gleiche Theile getheilt wird, wie Fig. 69. Tab. V. und aus dem Theilungs-Punkt eine Parallel-Linie EF mit dem perpendikularen Kathetus, AC gezogen wird, so verhält sich das Dreyeck EFB zum großen Dreyeck ABC wie 1:4; oder das durch die Parallel-Linie EF abgeschnittene Stück ist der 4te Theil vom ganzen Dreyeck.

Eben so:

§. 252. Wenn die Grundlinie eines rechtwinkelichten Triangels ABC Fig. 70. Tab V. in 3 gleiche Theile getheilt wird, und die Linien EF und DG mit AC parallel gezogen werden, so verhalten sich die 3 Abschnitte unter sich wie 1:3:5. das ist der größere Abschnitt ACGD hat 5. — der mittlere DGEF hat 3. und der kleinere Theil EFB hat 1. Theil, und diese Theile sind einander gleich und ähnlich. Die für den gemeinen Feldmesser so nützliche Anwendung wird sich sogleich zeigen.

§. 253. Es sey Fig. 71. Tab. V. in 2 gleiche Theile zu theilen, die Seiten AD und BC sind parallel.

Auf-

Auflösung.

Man messe die Linie AB, sie sey = 16° 0′ und weil AD mit BC parallel, so ist auch EC = 16° 0′; AB wie auch EC werden ohne weitere Umstände sogleich in 2 gleiche Theile getheilt, in dem man von A gegen B 8° 0′ und von E gegen C 8° 0′ abmißt und die Scheidlinie g f absteckt, so wäre also das Parallelogram ABEC in 2 gleiche Theile getheilt, da aber das Dreyeck DEC gemeinschaftlich ist, und noch in zwey Theile muß vertheilt werden, so muß man vorher dessen Inhalt ausrechnen.

Es ist für EC gefunden = 16° 0′ und für
ED . . = 10° 0′

mithin der Inhalt 2 : 160° 00′

des Triangels: = 80° 00′.

Dieser gefundene Inhalt muß in 2 Theile getheilt werden, kommen 40° 00′ und welche noch zum Stück Nr. I. und II. müssen gemessen werden; da nun in obigem Satz und Fig. 2. Tab. V. gezeigt worden, daß wenn die Grundlinie eines rechtwinkelichten Triangels in zwey gleiche Theile getheilt werde, der kleinere Theil $\frac{1}{4}$ vom Ganzen sey, so siehet man schon in gegenwärtigem Beyspiel, daß dem 2ten Theil nicht mehr die ganze Hälfte 40° 00′ dürfen zugemessen werden, weil ihm schon vorher durch die punktirte Scheidlinie F g $\frac{1}{4}$ zugefallen ist, mithin hat er-

nur

nur noch $\frac{1}{4}$ nöthig, welches nach der Rechnung = 20° 00″ seyn wird, und welche alsdann noch von dem Stück Nr. I. nach §. 241. u. f. f. müssen abgeschnitten werden; man mißt nämlich die Linie F g, sie sey = 30° 0′ und dividire mit der Hälfte = 15° 0′ in die noch fehlende 20° 00′, so kommt 1° $3\frac{1}{3}$; welche alsdenn von g gegen A abzumessen sind, so kann man von dem gefundendn Punkt h die rechte Scheidlinie ziehen.

Anmerknng. Wollte man aber die Scheidlinie so ziehen, daß solche mit AD gleichlaufend wäre, so müßte man mit der ganzen Linie F g = 30° 0′ in 20° 00′ dividiren, da denn der Quotient ebenfalls zeigen würde, wie viel von i gegen E und von g gegen A müßte abgemessen werden; doch würde alsdenn die neue Scheidlinie etwas zu lang und folglich der Theil Nr. I. etwas zu klein seyn. Ein verständiger Feldmesser könnte in dem Fall diesem Defekt ein wenig abhelfen, wenn er im Dividiren dem Divisor durch 1 oder 2 Schuh Zusatz, je nachdem das Dreyeck hoch oder niedrig wäre, zu Hülfe käme; das sicherste Verfahren aber, bleibt immer dasjenige, wenn man das Fehlende in der Gestalt eines Triangels abschneidet.

Aufgabe.

§. 254. Ein irreguläres Vieleck wie Fig. 72. Tab. V. in 3 gleiche Theile zu theilen.

Auf-

Auflösung.

Man nimmt hier sogleich bey dem Abstecken auf die Theilpunkte Rücksicht, daher läßt man hier, weil die Figur in 3 Theile getheilt werden solle, die Linie Cg wie auch Dh als angenommene Scheidlinien durchlaufen, und zieht die Linie von A nach B, auf welche alsdenn die Perpendikel wie §. 227. und 228. gezeigt worden, aufgerichtet werden; so kann man jeden Theil Nr. I. II. und III. besonders ausrechnen, nachher aber die Anzahl Ruthen von jedem Stücke zusammen addiren. Wenn man alsdenn in die gefundene Summe mit der Anzahl Theile, in welche die Figur getheilt werden soll, dividirt, so wird der Quotient anzeigen, um wie viel ein jedes Stück zu groß oder zu klein sey. Das ganze Verfahren wird folgende Berechnung deutlich machen.

In dem Theil Nro. I.

hält der Triangel	AsC =	8 1° 9 2′	addirt.
. . .	Aue =	4 4 4 6.	
das Trapez	utfe =	3 8 6 4.	
. . .	tfgs =	4 2 6.	

Es hält also das Stück ACeg = 169° 28′.

In dem Theil Nr. II.

hält . .	CDsp =	213°28′	addirt.
das Trapez	srhg =	67 90.	
. . .	rqih =	90 16.	
. . .	qpki =	9 36.	

kommt für das Stück CDgk = 380° 70′.

In dem Theil Nro. III.

hält der Triangel	BDp	= 123° 00′	addirt.
das Trapez	pokl	= 43° 12′	
. . .	onml	= 127° 72′	
der Triangel	nBm	= 13° 80′	
kommt für das Stück	DBmlk	= 307° 64′.	

Es hält demnach

Nr. I.	= 169° 28′	addirt.
Nr. II.	= 380° 70′	
Nr. III.	= 307° 64′	
	857° 62 Area der ganzen Figur.	

Diese Summe muß man durch 3 dividiren, wenn man den dritten Theil von der Figur erhalten will, kommt = 285° 87$\frac{1}{3}$.

Nun siehet man wohl, daß das Stück Nr. I. um vieles zu klein gegen dem dritten Theil ist, deswegen muß man solches von dem dritten Theil abziehen, wenn man das Fehlende erhalten will.

2 8 5° 8 7 $\frac{1}{3}$
1 6 9 2 8

1 1 6° 5 9 $\frac{1}{3}$′ Dieses gefundene muß man noch von dem Stücke Nr. II. abmessen; welches geschiehet, wenn man mit dem Maaß der Linie Cg = 20° 0′ in 116° 59$\frac{1}{3}$′ dividirt, giebt zum Quotienten = 5° 8′ 2″ 9‴,

welchen

welchen man doppelt nehmen muß, weil man nur auf einer Seite bey C gegen D am schicklichsten abmessen kann.

Doppelt genommen ist er = 11° 6′ 5″ 8‴; dieses muß von C gegen D abgemessen werden, giebt den Punkt N, aus welchem man die Linie Ng ziehen kann, welches die wahre Scheidlinie seyn wird.

Da durch die Bestimmung des I. Theils von dem Stück Nr. II. noch 116° 59⅓′ zu jenem abgemessen worden sind, so müssen solche jetzo von dem Stück Nr. II. abgezogen werden,

$$\begin{array}{r} 380^\circ\ 70' \\ 116\ \ 59\tfrac{1}{3} \\ \hline 264^\circ\ 10\tfrac{2}{3} \end{array}$$

Werden diese 264° 10⅔′ von dem gefundenen 3ten Theil abgezogen, so wird der Rest zeigen, wie viel man von dem Stück Nr. III. nehmen müsse, um dem Theil Nr. II. sein gehöriges Maaß zu geben.

$$\begin{array}{r} 285^\circ 87\tfrac{1}{3}' \\ 264^\circ 10\tfrac{2}{3} \\ \hline 21^\circ 76\tfrac{2}{3}. \end{array}$$

In diese gefundene 21° 76⅔′ muß mit dem Maaß der Linie DK dividirt werden, so wird der Quotient doppelt genommen anzeigen, wie viel noch bey D müsse gegen B gemessen werden.

Das

Das Maaß von DK ist = 20° 6′

20° 6′ : 2176⅔ = 10° 0′ 5″ 6‴ das Doppelte von 10° 0′ 5″ 6‴, welches 20° 1′ 1″ 2‴ ist, muß von D gegen B gemessen werden, kommt in M, und MK ist die Scheidlinie, weil solche aber wegen dem Winkel bey D etwas zu kurz ist, so muß noch etwas zugegeben werden.

Aufgabe.

§. 255. Ein irreguläres Vieleck wie Fig. 73. Tab. V. in zwey gleiche Theile zu theilen, daß die Scheidlinie auf den Punkt C zulaufe.

Auflösung.

Zuerst wird die ganze Figur ausgemessen, damit man wisse, wie viel man auf einen Theil zuzumessen habe.

Es werde gefunden,

für den Triangel	ABC =	101° 48′
. . .	ACG =	106 20.
. . .	CFG =	83 90.
. . .	CEF =	125 20.
. . .	CDE =	74 48.
Inhalt der ganzen Figur	=	491° 26′.

Diese

Diese herausgebrachte Summe theile man in 2 gleiche Theile,

$$2 : \frac{4\,9\,1^\circ 2\,6'}{2\,4\,5^\circ 6\,3'}$$

müssen einem jeden Theil zugemessen werden.

Jetzt addire man die 2 Dreyecke CDE und CEF zusammen, und nehme die Linie CF für die blinde Scheidlinie an.

Triangel CDE	=	7 4° 4 8′
. . CEF	=	1 2 5 2 0
		1 9 9° 6 8′

Den gefundenen Inhalt dieser zweyen Dreyecken ziehe man von dem oben gefundenen halben Theil = 2 4 5° 6 3′ ab,
1 9 9 6 8
so fehlen noch 4 5° 9 5′ welche alsdenn von dem Theil Nr. I. müssen abgeschnitten werden.

In diese 4 5° 9 5′ dividire man mit der halben Linie CF, welche im gegenwärtigen Fall = 12° 7′ ist

$$127 : \frac{4\,5\,9\,5}{3^\circ 6' 1'' 8'''}$$

Diese hier in Vorschein gekommene $3^\circ 6' 1'' 8'''$ messe man auf hG welche auf FC senkrecht von h gegen G ab, und ziehe durch den gefundenen Punkt eine Parallele mit FC, welche die Linie GF bey i scheiden wird, so kann man von i aus die wahre Scheidlinie ziehen.

Aufgabe.

§. 256. Fig. 74. Tab. V. stellt einen gebogenen Acker vor, den Abraham mit der Sara verheyrathete, und zu welchem er nachher, da er die Hagar annahme, denselben durch ihr Beybringen vergrößerte, und die Markung dadurch als entbehrlich abschafte; da aber Isaak und Ismael Streit bekamen, so mußte letzterem sein Theil abgemessen werden. Wenn nun dem ersten 2 Morgen, $3\frac{1}{2}$ Viertel und 4 Ruthen, dem andern 1 Morgen und $1\frac{1}{2}$ Viertel alt. Maaß in den Verzeichnissen zugeschrieben wäre; so soll man die Markung wieder bestimmen.

Auflösung.

Man verfahre also:

Aus T nach U wird die gerade Linie TU gezogen, und auf derselben, je mehr desto besser, perpendikulare Linien errichtet, wie Z. E. Vw. xy. ꝛc.

Nach diesem werden die $2\frac{7}{8}$ Morgen, wie auch $1\frac{3}{8}$ Morgen zusammen addirt, geben $641\frac{1}{2}$ alte Ruthen.

Als-

Alsdenn spricht man:

$641\frac{1}{2}$ Ruthen geben die Linie VW. was für eine Linie geben $206\frac{1}{4}$ Ruthen als des Ismaels Theil?

giebt = die Linie Vk.

$641\frac{1}{2}°$ geben xy, was geben $206\frac{1}{4}°$? = zy.

$641\frac{1}{2}°$ geben ab, was $206\frac{1}{4}°$? = ac.

$641\frac{1}{2}°$ geben ed, was $206\frac{1}{4}°$? = df.

$641\frac{1}{2}°$ geben Gi, was $206\frac{1}{4}°$? = gh.

Durch diese Berechnung wäre die Theilung ohne weitere Abstichs-Rechnung gründlich verrichtet, bis auf die 2 Triangel TVw und GUi.

Man muß daher die 2 Dreyecke nkV und hmG, wie auch das Stück Twnk und himU besonders ausrechnen, deren Summen zusammen addiren, und also sprechen:

$641\frac{1}{2}°$ geben für den Ismael $206\frac{1}{4}°$, was giebt die Summe der gefundenen Abschnitte TwV + GUi?

Von dem Gefundenen werden die Gehalte der beyden Dreyecke nkV und hmG abgezogen, so zeigt die Differenz an, wie viel dem Ismael noch durch die ganze Länge müsse zugegeben werden:

§. 257.

Vom Theilen der Triangel.

Ein dreyeckichtes Feld in verlangte gleiche Theile zu theilen. Zum Exempel in 5 Theile.

Man theile die Linie AB Fig. 46. Tab. III. in 5 gleiche Theile, und ziehe aus C die Scheidlinien CG, CD, CE, CF, so ist der Triangel richtig abgetheilt.

Anmerkung. Diese Theilung gründet sich auf den geometrischen Satz: Dreyecke von gleichen Grundlinien und Höhen sind gleich.

Einen Triangel in 3 gleiche Theile zu theilen, daß die Theilungs-Linien mit der Grundlinie parallel laufen. Fig. 47. Tab. III.

§. 258. Man messe die Linie AC oder BC. Z. E. BC sey = 21°, dieses multiplicire man mit sich selbst, kommt 441. Diese Quadratzahl dividire man mit 3 als mit der Zahl der Theile, in welche der Triangel getheilt werden soll.

3 in : 441

$\frac{1}{3}$ = 147 hieraus die Quadratwurzel, so hat man die Linie CG = $12\frac{1}{4}$° ungefähr.

Ferner ziehe man aus $\frac{2}{3}$tel 147+147=294 die Quadratwurzel, so bekommt man die Linie CE

CE = 17° ungefähr. Wenn man nun aus G und E die Linien FG und DE parallel mit AB zieht, so ist der Triangel in drey gleiche Theile getheilt.

Anmerkung. Der Grund dieses Verfahrens beruht auf dem Satz: Aehnliche Dreyecke verhalten sich wie die Quadrate ihrer ähnlich liegenden Seiten.

Weil die Scheidlinien FG, DE mit der Grundlinie parallel seyn sollen, so sind offenbar die Dreyecke ABC, DEC und FGC ähnlich; und da die ganze Figur in 3 gleiche Theile getheilt werden soll, so bekommt jeder $\frac{1}{3}$ des ganzen,

folglich $\frac{3}{3} : \frac{1}{3} = CB^2 : CG^2$ hieraus findet sich CG.

Es ist nemlich $CG^2 = \frac{1}{3} CB^2$

daher $CG = \sqrt{\frac{1}{3} CB^2}$

Aus gleichem Grunde ist:

$$\frac{3}{3} : \frac{2}{3} = CB^2 : CE^2$$

$$\text{also } CE^2 = \frac{2}{3} CB^2$$

$$\text{folgl. } CE^2 = \sqrt{\frac{2}{3} CB^2}.$$

Aufgabe.

§. 259. Von einem Triangel eine beliebige Anzahl Ruthen abzuschneiden. Z. B. von Fig. 75. Tab. V. sollen oben im Spitz C 75°. abgemessen werden.

Auflösung.

Zuerst wird der Inhalt des ganzen Triangels gemessen und berechnet.

Es sey	AB	= 30° 0′
	DC	= 19° 5.5′
	2:	58500

Inhalt des Triangels ABC. 292° 50′.

Nun spricht man:

Der Inhalt des Dreyecks ABC 292° 50′ verhält sich zum Quadr. der Seite AB=900° 00′, wie sich verhalten die abzuschneidende 75° zur gesuchten Linie e f.

Berechnung.

292° 50′.	900° 00′
X′	75° 00′

Fac. 230° 68 $\frac{44}{117}$′. Hieraus die Quadratwurzel, so kommt 15° 1′, welches das Maaß für die Grundlinie e f ist. Wenn man nun die Grundlinie und den Inhalt eines Triangels weiß, so kann man leicht die Höhe finden, man darf nur mit der Hälfte der Grundlinie in die Ruthenzahl dividiren, welche man abzumessen gedenkt.

Die Hälfte von 15° 1′ ist = 7° 5′. 5″.
mit diesem dividire man in

7° 5′ 5″) 75° 00′ 00) 9° 9′ 3″
. . (
6795
7050
6795
2550
2265
— 285.

Diese gefundene 9° 9′ 3″ kann man von C gegen D perpendikular herunter messen, und durch den gefundenen Punkt L eine Parallel-Linie mit AB ziehen, so wird das Dreyeck eCf richtig 75° halten.

Aufgabe.

§. 260. Einen Triangel in verlangte gleiche Theile zu theilen, so daß die Scheidlinien perpendikular auf der Grundlinie stehen.

Auflösung.

Es sey Fig. 76. Tab. V. in 4 gleiche Theile zu theilen.

Man ziehe den Perpendikel CD, und messe jeden rechtwinkelichten Triangel ADC und BCD besonders aus. AD sey 18° 4′. ½ CD = 9° 3′ und DB = 36° 0′.

Be-

Berechnung.

AD = 18° 4′	DB = 36° 0′
½ CD = 9 3	½ CD = 9 3
552	1080
1656	3240
171° 12′ = Δ ADC.	334° 80′ = BCD.

Inhalt des ganzen Triangels ABC = 505° 92′.

Diesen gefundenen Inhalt dividire man in 4 gleiche Theile,

4: 5 0 5 9 2

kommen auf einen Theil = 1 2 6° 4 8′

Wenn man nun auch hier den Lehrsatz zur Hülfe nimmt, daß sich ähnliche Drenecke verhalten, wie die Quadrate ihrer ähnlich liegenden Seiten, so kann man also schliessen:

Der Inhalt von ACD = 171° 12′ verhält sich zum Inhalt des vierten Theils 126° 48′ wie sich verhält das Quadrat von AD = 33856 zum Quadrat von A e.

das ist:

X′	126° 48′
171° 12′	338° 56′

Fac. 250° 24′ hieraus Quadratwurzel = 15° 8′ +. Dieses muß dem ersten von A gegen D abgemessen werden, die Perpendikular-Linie e f ist die Scheidlinie für Nr. I. und II.

Um

Um die noch übrige Theile zu finden, so fange man auf der andern Seite bey dem Winkel B an. Der Inhalt von CDB = 334° 80′.

Das Quadrat von DB 36° 0′ = 1296° 00, so ist:

334° 80′ : 126° 48′ = 1296° 00′ : X.

oder:

X′	126° 48′
334° 80′	1296° 00′

Fac. 489° 60′ hieraus Quadratwurzel beynahe 22° 1′. Diese von B gegen D in k getragen, so ist die Perpendikular-Linie ki die Scheidlinie für Nr. IV. und III.

Um die Richtigkeit der zwey mittleren Theile zu entscheiden, so merke man noch folgendes:

Man nehme den Gehalt von dem 4ten Theil des ganzen Triangels doppelt,

126° 48′
126° 48′

kommen = 252° 96′

Jetzt spreche man:

334° 80′ : 252° 96′ = 1296° 00′ : X.

oder:

oder:

X′	252° 96′
334° 80′	1296° 00′

Fac. 975° 97′ hieraus Radix Quadrat kommt = 31° 2′ + . . . Diese messe man wieder von B gegen D ab, und an dem Ort, wo das Maaß eintrift, wird die senkrechte Linie gh aufgerichtet, so ist die Theilung zu Ende.

Aufgabe.

§. 261. Einen Triangel in ungleiche Theile zu theilen, so daß die Scheidlinien mit der Basis parallel laufen. Z. E.

Fig. 77. Tab. V. soll in 3 Theile also eingetheilt werden, daß A $\frac{1}{3}$, B $\frac{3}{5}$, und C $\frac{5}{7}$ haben soll.

Auflösung.

Man messe die Linie AC, sie sey = 28° 8′ diese multiplicire man mit sich selbst, giebt 829° 44′.

Die vorhandene Brüche werden addirt:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{3} &= 0{,}3333\ldots \\ \tfrac{3}{5} &= 0{,}6 \\ \tfrac{5}{7} &= 0{,}7142\ldots \\ \hline &\ 1{,}6475\ldots \end{aligned}$$

Jetzt

Jetzt schließe man:

$$1,6475 : \tfrac{1}{3} = 829^\circ 44' : x$$

$$x = \frac{829,44}{4,9425}$$

und wenn man wirklich dividirt

so ist $x = 167^\circ\ 79'\ 57'' + \ldots\ldots$

Hieraus die Quadratwurzel, so kommt $12^\circ\ 9'\ 5'' + \ldots$ Diese werden von C gegen A herunter gemessen, giebt den Punkt d, aus welchem man die Parallele de ziehen kann, so ist alsdenn C d e $\tfrac{1}{3}$ für A.

Der Theil für B wird also gefunden:

Man addire des A Theil $= \tfrac{1}{3}$ zu B Theil $= \tfrac{3}{5}$.

$$\tfrac{1}{3} = 0,3333\ldots$$
$$\tfrac{3}{5} = 0,6$$
$$0,9333\ldots$$

und schließe:

$$1,6475\ldots : 0,9333 = 829^\circ,44 : x$$
$$x = 469^\circ\ 26'\ 26'' + \ldots$$

hieraus die Quadratwurzel kommt $21^\circ 6' 6'' + \ldots$ welche man ebenfalls von C gegen A herunter messen muß, der Endpunkt kommt in g, und die Parallel-Linie g f wird die Scheidlinie seyn. Des C seinen Theil hat man nicht nöthig zu suchen, weil er von selbsten übrig bleibt. Wer den

den Handgriff nicht weiß, wie aus einem Punkt eine Parallel-Linie mit einer geraden Linie zu ziehen ist, der kann ja auf der Linie CB die nemliche Operation vornehmen, da sich dann darauf die Punkte e und f ergeben werden.

§. 262. Dieses sind nun die gewöhnlichste Fälle, die beym Feldmessen oft vorkommen, sie sind ungemein nützlich, besonders da, wo die Messungen nicht ins Große gehen, sie aber einzeln auf sehr große Vermessungen von mehreren 100. bis 1000. Morgen anzuwenden, wäre auf dem Felde wegen den mannigfaltigen Rechnungen zu langweilig und beschwerlich. In diesem Fall geht man am sichersten, wenn man den zu vermessenden Distrikt vorher nach seinem ganzen Umfange genau aufnimmt, (wovon im Anhang etwas mehr von dem Aufnehmen vermittelst des Meßtisches solle gesagt werden) und von demselben einen Generalriß entwirft, ihn in seine Zelgen und Gewandte abtheilt, und sodann erst die Theilung der einzelnen kleinern Stücke vornimmt, alles dieses kann vermittelst der gehörigen Rechnung und des verjüngten Maaßstabes zu Hause vorgenommen werden. Auf diese Art erhält man den Vortheil, daß man ein solch großes Stück nicht nur mit einem Blick übersehen, sondern auch die Theilung selbsten nach dem ökonomischen Nutzen einrichten kann. Nach dieser Vorschrift habe ich die ganze Anlage in Hohenheim, welche sich auf 1766

Morgen belauft, aufgenommen, und einen großen Theil von ungefähr 680 Morgen, von Morgen zu Morgen, abgetheilt, nachdem ich vorher das ganze Gut in Grund gelegt, und die Theilung zu Haus vorgenommen hatte.

§. 263.

Etwas aus der Stereometrie, und zwar von dem Körper-Maaß.

Wenn man etwas ausmessen will, so muß man den Maaßstab wissen, welcher zu der auszumessenden Sache tauglich ist; dieses siehet man aus dem bisherigen, indem man eine Linie wieder mit einer Linie, und eine Fläche wieder mit einer Fläche ausgemessen hat. Eben so verhält es sich beym Ausmessen der Körper. Es muß also das Maaß, womit ein Körper ausgemessen wird, nothwendig ein Körper seyn, und zwar ein Kubus, oder Würfel, der eine Ruthe oder Schuh ꝛc. lang, eine Ruthe ꝛc. breit, und eine Ruthe hoch oder dick ist. Eine solche Kubic-Ruthe oder Schuh ꝛc. hat also ein Quadrat zur Grundfläche, welches nach dem Quadrat-Maaß im 10theiligen Maaß 100 Quadrat-Schuhe ꝛc. hat. Weil aber eine Kubic-Ruthe auch zugleich eine Dicke hat, so kann Quadrat-Maaß und Kubic-Maaß nicht einerley seyn. Eine Kubic-Ruthe hält nach dem

10thei-

10theiligen Maaß 1000 Kubic-Schuh, weil 10 Schichten auf einander lieg,n. Es hat demnach die neue Kubic-Ruthe

Ruthe	Schuh	Zoll	Linien
1	1000	1000000	1000000000
	1	1000	1000000
		1	1000

Die Eintheilung der alten Kubic-Ruthe erhellt aus §. 249.

§. 264. Man wird leicht begreifen, daß man die Verwandlung des Kubic-Maaßes, z. E. das neue in das alte, und dieses in jenes eben so anbringen könne, wie §. 208. bey dem Quadrat-Maaß gezeigt worden, man muß dabey nur bedenken, daß man mit Kubic-Maaß zu thun habe, wo man beym Abschneiden, Anhängen der Zahlen, allemal 3 Zahlen nehmen müsse.

§. 265.

Vom Ausrechnen einiger Körper.

Was einen Körper ausrechnen heisse, braucht nicht viel Erklärens. Es heißt nemlich finden, wie viel er Kubic-Ruthen, Kubic-Schuh rc. halte, daher heißt man es auch kubiren.

Den

Den Inhalt eines gleichdicken Körpers, der 12′ lang, 7′ breit, und 8′ hoch ist, zu finden.

§. 266. Die Grundfläche des Körpers wird zuerst nach der Flächenmessung ausgerechnet, diesen Inhalt multiplicire man mit der Höhe, so kommt der Inhalt des Körpers. Zum Beyspiel:

lang	= 12′	
breit	= 7′	
	84′	= Area der Grundfläche.
Höhe	= 8′	
	672′	Kubic-Schuh.

§. 267. Da es uns vor allen Dingen darum zu thun ist, um den Nutzen der kubischen Rechnungen einzusehen, und zugleich zu zeigen, wie man sie auch in ökonomischen Fällen gebrauchen könne, so wollen wir solche auf etliche Aufgaben anwenden.

Ein Keller sey auszugraben, der 3° 2′ lang, 2° 9′ breit, und 1° 5′ tief, wie viel Kubic-Ruthen muß man ausgraben?

Länge	= 3° 2′	multiplicirt.
Breite	= 2° 9′	
	9° 28′	
Tiefe	1° 5′	mult.
	13° 920′	müssen ausgegraben werden.

Auf-

Aufgabe.

§. 268. Es sey ein Graben zu machen, dessen obere Breite = 18′, die untere aber 14′, die Tiefe 20′, wie viel Kubic-Schuh Erde muß man ausgraben, wenn der Grab 4000′ lang werden solle?

Anmerkung. Weil hier die obere und untere Breite ungleich ist, so muß man eine mittlere Breite suchen, welches geschiehet, wenn man die obere und untere Breite zusammen addirt, und das herausgebrachte halbirt, z. E.

obere Breite	= 18′	addirt.
untere Breite	= 14′	
2:	32′	
mittlere Breite	= 16′	
Tiefe	= 20′	
	320′	
Länge des Grabens	= 4000′	
	1280000′	

Kubic-Schuh Erde müssen ausgegraben werden.

Anmerkung. Wenn man einen solchen Graben, dessen obere Breite größer als seine untere ist, als eine abgekürzte Pyramide ansieht, so kann man zeigen, daß diese Regel immer fehlerhaft bleibt; sich aber auf die algebraische Berechnung einzulassen, ist hier der Ort nicht. Herr Hofrath Kästner

Kästner hat in seinen Anfangsgründen der Arith. und Geom. 63. Satz und f. f. gründlich erwiesen, wie viel die gewöhnliche Regel von der gründlichen abweichen könne.

§. 269. Man fordert öfters auch von einem Feldmesser eine Berechnung, was ein solcher Graben im Durchschnitt kosten könne, wenn man weiß, wie viel Kubic-Schuh ein Mann des Tags wegschaffen kann, und wie viel für den Kubic-Schuh auszugraben bezahlt werde. Zum Beyspiel, es solle ein Ueberschlag über den in voriger Aufgabe angeführten Graben entworfen werden, wenn für den Kubic-Schuh $1\frac{1}{2}$ kr. bezahlt wird.

Hier darf man nur nach der Regel de tri sagen: 1 Kubic-Schuh giebt $1\frac{1}{2}$ kr. was geben 12800000 Kubic-Schuhe?

Oder nach dem Reesischen Satz:

X fl.	12800000′
1 Kubic-Sch.	$1\frac{1}{2}$ kr.
60 kr.	1 fl.

Facit = 320000 fl.

§. 270. Man will ein Gebäude aufrichten, die Länge des Grundrisses AB Fig. 48. Tab. III. ist = 60′, die Breite AC = 40′, die Dicke der Mauren EF = 3′, und die Höhe des untersten Stocks ist 12′, wie viel Kubic-

Schuh wird das Gemäuer im ersten Stockwerk halten?

Man rechne den Inhalt einer jeden Mauer besonders, und addire alle Produkte zusammen.

Berechnung.

Länge AB = 60′
Dicke EF = 3′
180′
Höhe des Stockwerks = 12′
2160 Kubic-Schuh der Seite AB, eben so viel hält auch CD, mithin 2160′
2′
4320′ = Inhalt der beyden Seiten AB und CD.

Jetzt suche man den Inhalt in Kubic-Schuh der beyden Seiten AC und BD, es gehen aber von beyden Seiten 6 Schuh ab, mithin ist

AC noch = 34′
Dicke DF = 3′
102′
12′ Höhe des Stockwerks.
1224′ eben so viel hält auch die Seite BD
mithin 2
addirt { 2448′ Inhalt d. zwo Mauren AC u. BD.
4320′ Inhalt d. zwo Mauren AB u. CD. }
6768′ kubischer Inhalt des untersten Stockgebäudes.

Auf

Auf gleiche Art werden die Mauren im Fundament, im Keller, im 2ten und 3ten Stockwerk berechnet, nur muß man aber in Acht nehmen, daß die Mauren in obern Stockwerkern dünner als die Mauren in untern Stockwerkern, und die Stockwerks-Höhen nicht überall gleich sind. Und so kann man den Inhalt von dem Mauerwerk eines ganzen Hauses finden. Weiß man dieses, so kann man den Mauerlohn, imgleichen wie viel Steine, Kalch und Sand erfordert werden, berechnen, wenn man weiß, daß dem Maurer für das Kubic-klafter, das ist 36 Schuh, bezahlt werde, im Fundament und im Keller 22 kr., im ersten Stock 26 kr., im 2ten Stock 28 kr., und daß auf 4 Klafter Mauerwerk 1 Fuder Kalch, auf ein Klafter Mauerwerk aber 1 Karren Sand erfordert werde.

Es geht freylich noch etwas wegen der Thüren und Fenstern ab, aber nicht an Mauerlohn, weil solche zu setzen eben so viele Zeit erfordert als auszumauren.

Aufgabe.

§. 271. In einer Scheuren ist der Garben-Barn 30′ lang, 24′ breit, und 46′ hoch; wenn nun eine Garbe 3 Kubic-Schuh Platz einnimmt, wie viel Garben kann man in den Barn einlegen?

Zuerst rechne man, wie viel Kubic-Schuh der Barn halte.

Länge = 30′ } multiplicirt.
Breite = 24′ }

720′

Höhe = 46′ mult.

33120′ diesen Inhalt dividire man mit 3

so kommt 11040 als die Anzahl Garben, welche in den Barn können eingelegt werden.

Aufgabe.

§. 272. Den Inhalt eines hohlen Gefäßes, z. E. eines viereckigten Bronnentrogs oder Fruchtfachs zu finden.

Man messe die inwendige Länge, Breite und Tiefe, multiplicire die gefundene Maaße mit einander, so zeigt das Produkt den Inhalt des Bronnentrogs oder Fruchtfachs an. Z. E.

die inwendige Länge
eines Bronnentrogs sey = 8′ 4″
die Breite = 4′ 5″
die Tiefe = 3′ 4″

Diese dreyerley Maaße mit einander multiplicirt, giebt

Länge	= 8′ 4″	} mult.	
Breite	= 4′ 5″		
	37′ 80″	} mult.	
Tiefe	= 3′ 4″		
	128′ 520″	Inhalt des Bronnentrogs.	

Anmerkung. Würde aber der Bronnentrog oben weiter als unten seyn, so müßten die untere und obere aber innere Weiten genau gemessen, und mit einander verglichen werden, wobei immer die Anmerkung §. 268. gilt, z. E.

die untere Länge sey	= 8′ 4″	} addirt.
die obere . .	= 8′ 8″	
	17′ 2″	
2:	8′ 6″ mittlere Länge.	
die untere Breite	= 4′ 5″	} addirt.
die obere Breite	= 4′ 9″	
2:	9′ 4″	
	4′ 7″ mittlere Breite	
die Tiefe	= 3′ 4″	

Jetzt multiplicire man die verglichene Längen mit der verglichenen Breite, und das kommende Produkt mit der Höhe oder Tiefe, so kommt der Inhalt des Bronnenkastens heraus.

mittlere Länge	=	8' 6''	multipl.
mittlere Breite	=	4' 7''	
		40' 42''	multipl.
Tiefe	=	3' 4''	
		137' 428''	Inhalt des Kastens.

§. 273.

Berechnung des Holz-Gehalts eines Baumstamms.

In Forstwissenschaftlichen Schriften giebt man für die Berechnung des Holz-Gehalts eines Baumstamms folgende Regel:

„Man berechne den Baumstamm als einen „Cylinder, dessen Länge = der Länge des „Stamms, und dessen Durchmesser das Mit„tel zwischen dem obern und untern Durch„messer ist.“

Nun wird der Kubische Inhalt eines Cylinders gefunden, wenn man seine Grundfläche nach §. 233. nach der in der Anmerkung gegebenen Verhältniß 100:314 berechnet, und diese mit der Höhe des Cylinders multiplicirt.

Aufgabe.

§. 274. Ein Baumstamm, dessen Krone abgeschnitten ist, halte im obern Durchmesser 18 Zoll, im untern 40 Zoll, und seine Länge

sey 40 Schuh = 40 . 10 = 400 Zoll, wie viel hält er Kubic-Zoll neues Maaß?

Es ist also der mittlere Durchmesser

$$= \frac{40 + 18}{2} = 29.$$

folglich die Grundfläche des Cylinders

$$= \frac{\pi . 29 . 29.}{4}$$

und sein Inhalt $= \frac{\pi . 29 . 29}{4} . 400.$

Hier bedeutet π die Verhältniß-Zahl 314.

folgl. $\frac{314.29.29.400}{4. \ 100} = 264074$ Kubiczoll.

Ein genaueres Resultat giebt die Formel für den Inhalt $= \frac{\pi h}{3} (R^2 + R r + r^2)$. Die Entstehung dieser Formel auseinander zu setzen, ist hier der Ort nicht, sie wird aus der analytischen Berechnung des abgekürzten Kegels hergeleitet. Indessen bemerke man zu gegenwärtigem Gebrauch nur die Bedeutung der Buchstaben $\pi = 3,14$. h = Höhe R der große und r der kleine Radius des Baumstamms.

Es ist daher $\pi = 3,14$. h = 400. Zoll

$$R = \frac{40}{2} = 20 \text{ Zoll}$$

$$r = \frac{18}{2} = 9 \text{ Zoll.}$$

Mit-

Mithin
der Inhalt $= \frac{314}{100} \cdot \frac{400}{3} (20.20 + 20.9 + 9.9)$
$= \frac{314 \cdot 4 \cdot 661}{3} = 276405{,}33 \ldots$
Kubiczoll

dieses Resultat, mit dem welches die Forstwirthschaftliche Regel gab, verglichen, so ergiebt sich, daß diese so allgemeine Regel nur einen Fehler von 12331,33 ... Zoll, das ist, ungefähr 12 Kubicfuß zu wenig angiebt.

§. 275. Verlangt man den Holz-Gehalt eines solchen Baumstamms in Meß oder Klafter Scheiterholz anzugeben, so muß man wissen, daß 1 Klafter 6 Schuh hoch, 6 Schuh breit und die Länge der Scheiter 4 Fuß seyn soll; mithin der kubische Inhalt von 1 Klafter $= 6 . 6 . 4 = 144$ Kubicfuß. Dieses ist nun freylich bey dem Scheiterholz keine solide Holzmasse, weil die Zwischenräume der Scheiter auch mit darunter begriffen sind. Diese 144 Kubicschuh verstehen sich demnach von einem wohl aufgesetzten Klafter des Scheiterholzes. Würde man die Zahl 144, die den Inhalt eines Klafter Holzes anzeigt, als eine Reductionszahl bey der Berechnung der Baumstämme zu Klaftern gebrauchen, so würde man für 1 Klafter eine solide Holzmasse erhalten; mithin könnte der Preiß eines solchen soliden Klafters nicht dem Preiß eines wohl aufgesetzten Klafters gleich gesetzt werden. Bezahlt man aber das Klafter

Stamm=

Stammholz nach eben dem Preiß, nach welchem ein wohl aufgesetztes Klafter Scheiterholz bezahlt wird, so weiß man aus wiederholten Versuchen, daß ein wohl aufgesetztes Klafter Stammholz enthalte

von Forchen, Roth und Weißtannen	=	100	Kubicfuß
„ Roth-Buchen, Eschen u. Ahorn	=	98	—
„ Ulmen . .	=	92	—
„ Linden, Erlen, Aspen u. Salweiden	=	90	—
„ Weiß od. Hagenbuchen, Birken	=	88	—
„ Eichen . .	=	86	—

Nur diese hier angegebene Anzahl von Kubicfuß für den Preiß eines Klafters ist der Käufer zu geben schuldig, weil das, was zu 144 Kubicfuß fehlt, für die Zwischenräume der Scheiter abzurechnen ist. (Verglichen mit §. 13. und §. 14. Würtemb. Maaßordnung vom 30. Nov. 1806.)

Es sey demnach obiger Baumstamm, für dessen Kubischen Holzgehalt man nach der Formel gefunden hat 276405,33 . . . Kubiczoll, eine Eiche, so wird folgende Berechnung zeigen, für wie viel Klafter Scheiterholz dieser Baumstamm nach obigen Angaben, zu rechnen sey.

Weil

Weil nach der Angabe 1 Meß = 86 Kubicfuß

so ist $\frac{276405,33\ldots}{1000 \cdot 86}$ = 3 Meß 1,712 Achtel

oder nach Reesischer Manier

— Meß	276405,33″....
1000″	1′
86′	1 Meß.

giebt wie vor: 3,214 Meß.

das ist 3 Meß und 1,712 Achtel Scheiterholz,

oder 3 Meß und $11\frac{1}{2}$ Eklen oder Nägelen.

Aufgabe.

§. 276. Ein runder Tannenbaum hält im untern Diameter 4 Schuh, 5 Zoll, 5 Linien; im obern aber 2 Schuh, 3 Zoll, 3 Linien; dessen Länge ist 58 Fuß, 9 Zoll, 8 Linien. Wie viel hält er nach der Angabe in §. 275. Klafter Scheiterholz.

Auflösung nach der Formel in §. 274.

Hier ist: $R = \frac{0,455^\circ}{2} = 0,2775^\circ$

$r = \frac{0,233^\circ}{2} = 0,1165^\circ$

$h = 5,898^\circ$

folgl.

$$\text{folgl. } R^2 = 0{,}07700625^\circ$$
$$Rr = 0{,}03212875$$
$$r^2 = 0{,}01357225$$

$$R^2+Rr+r^2 = 0{,}12270725^\circ$$
$$\frac{\pi h}{3} = 6{,}17324^\circ$$

$$\text{folgl. } \frac{\pi h}{3}(R^2+Rr+r^2) = 0{,}12270725 \times 6{,}17324$$
$$= 7{,}5750030399^\circ \text{ Kubicruthen}$$
$$\text{das ist: } = 757{,}50030399' \text{ Kubicschuh}$$

Nun ist nach obiger Angabe 1 Meß = 100 Kubicschuh

$$\text{folgl. } \frac{757{,}50030399'}{100} = 7{,}57500399 \text{ Meß oder Klafter}$$

das ist: 7 Meß und $4\frac{1}{2}+\ldots$ Achtel.

Anmerkung. In dem Stuttgardter Schwäbischen Merkur Nr. 127. pag. 670. Jahrgang 1808 wird bemerkt, daß zu einem französischen Dreydeck-Schiffe, welches 116 Kanonen führt, 124886 Kubicfuß Eichen Holz, und 10440 Kubicfuß Fichten Holz, und zwar blos zum Schiff-Gebäude, ohne die Masten und anderes Blockwerk erfordert werden. Ob es französische Fuß seyen, ist nicht angegeben; ich nehme das französische Maaß an, weil der Artikel unter Frankreich steht. Ich will das Eichen wie

wie das Fichten Holz auf dem Stamme annehmen, so wird folgende Berechnung zeigen, wie viel Würtemb. Klafter Scheiterholz diese Holzmasse betragen.

Es verhält sich

1) Franz. Kub. Fuß : Würtemb. Kub. Fuß
$= 144^3 : 126{,}8^3$

folgl. 1 Frz. Kub. Fuß $= (\frac{144}{126{,}8})^3$ Würt. Kub. Fuß

demnach

124886 Frz. Kub. Fuß $= 124886 \times (\frac{144}{126{,}8})^3$

Nun sind (nach §. 275.) 86 Kubicschuh Eichen Holz auf dem Stamme 1 Klafter Scheiterholz

folgl. 124886 Franz. Kub. Fuß
$= \frac{124886 \times (\frac{144}{126{,}8})^3}{86}$ Würt. Klaft.

3 Log. $\frac{144}{126{,}8}$	=	0,1657296
Log. 124886	=	5,0965207
		5,2622503
Log. 86	=	1 9344985
		3.3277518 diesem Log.

entspricht die Zahl 212692. Das ist 2126,92 Klafter Scheiterholz.

2) Für das Fichten Holz ist:

10440 Fr. Kub. Schuh $= 10440 \times (\frac{144}{126,8})^3$ Würt. Kub. Fuß.

Aber nach §. 275. sind 100 Kub. Fuß Fichten Holz auf dem Stamm 1 Klafter folgl. 10440 Fr. Kub. Fuß $= \frac{10440}{100} \times (\frac{144}{126,8})^3$ Würt. Klafter.

$3. \text{Log.}\ \frac{144}{126,8} = 0,1657296$

$\text{Log.}\ 104,4 = 2,0187005$

$2,1844301$ diesem Log. gehört die Zahl 152908. Das ist 152,908 Klafter Fichten Scheiterholz.

Weitere Aufgaben aus aus Stereometrie.

§. 277. Einen Cylinder auszumessen.

Auflösung.

Man messe den Inhalt der Grundfläche und und multiplicire ihn mit der Höhe.

Weil die Grundfläche des Cylinders ein Kreis ist, so wird derselbe nach §. 233. Anmerk. 2. berechnet, folglich ist die allgemeine Formel für den Inhalt eines jeden Cylinders, wenn man seine Höhe h nennt $\frac{D^2 \pi}{4} h.$ oder $= r^2 \pi h.$

Beyde

Beyde Formeln geben den Inhalt eines Cylinders, wenn diese Dinge gegeben sind.

Exempel. Der Diameter eines Cylinders ist 8 Zoll, 6 Linien, seine Höhe 36 Zoll, 4 Linien.

Hier ist $D = 8'' 6'''$; $h = 36'' 4'''$; und

$r = \frac{8'' 6'''}{2} = 4'' 3'''$; $\pi = 314$

demnach Inhalt des Cylinders

$= \frac{86.''' 86'' \times 3,14 \times 364'''}{4} = 1'' 104'' 233,04'''$

oder

$= 43.''' 43''' \times 3,14 \times 364''' = 2' 104'' 233,04'''$

Aus obigen Formeln lassen sich noch folgende herleiten

$$1) \begin{cases} D = \sqrt{\left(\frac{\text{Inhalt} \times 4}{\pi h}\right)} \\ r = \sqrt{\left(\frac{\text{Inhalt}}{\pi h}\right)} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} h = \left(\frac{4 \times \text{Inhalt}}{D^2 \pi}\right) \\ h = \left(\frac{\text{Inhalt}}{r^2 \pi}\right) \end{cases}$$

Die

Die Formeln in Nr. 1. lehren den Diameter aus dem Inhalte und der gegebenen Höhe finden.

Aus Nr. 2. findet sich die Höhe des Cylinders, wenn der Diameter und der Inhalt desselben gegeben ist.

§. 278. Wenn man aus dem gegebenen Inhalt eines Cylinders die Kubicwurzel zieht, so erhält man die Seite eines Kubi oder Würfels, der mit dem Cylinder gleichen Inhalt hat. Durch dieses Verfahren läßt sich also ein jeder Cylinder so wie überhaupt jeder Körper in einen Kubum verwandeln. Man heißt diese Findung die Kubatur.

§. 279. Die Ausmessung eines Kegels und einer Pyramide.

Es läßt sich aus der Elementar-Geometrie beweisen, daß ein Kegel, welcher gleiche Grundfläche und Höhe mit einem Cylinder hat, der dritte Theil von dem Cylinder sey, daher wird ein Kegel eben so wie ein Cylinder ausgemessen, nemlich die Grundfläche in seine Höhe multiplicirt und das Produkt mit 3 dividirt, giebt den Inhalt des Kegels. Die allgemeine Formel für jeden Kegel ist $= \frac{D^2 \pi h}{4 \cdot 3}$ oder $= \frac{r^2 \pi h}{3}$

Exem-

Exempel. Die Höhe eines Kegels ist
24′ 8″ = h
der Grundfläche Diameter 4′ 6″ = D
demnach der Inhalt des Kegels

$$= \frac{46.''46'' \times 3{,}14 \times 248''}{4 \cdot 3} = 137' 297{,}76''$$

$$\text{oder} = \frac{23.''23'' \times 3{,}14 \times 248''}{3} = 137' 297{,}76.$$

Anmerkung. Der körperliche Inhalt eines abgekürzten Kegels wird nach der Formel in §. 274. berechnet.

§. 280. Weil eine Pyramide, die gleiche Höhe und gleiche Grundfläche mit einem Cylinder hat, der dritte Theil des Cylinders ist; so wird der Inhalt einer Pyramide gefunden, wenn man die Grundfläche in die Höhe multiplicirt, und das Produkt durch 3 dividirt, der Quotient giebt den Inhalt.

Anmerkung. Ist die Grundfläche der Pyramide drey- vier- oder vielseitig, so muß ihr Flächen-Inhalt nach §. §. 209 u. f. f. berechnet werden.

Von der Berechnung des körperlichen Inhalts einer Kugel und ihrer Oberfläche.

§. 281. Die Oberfläche einer Kugel auszumessen.

Es

Es sey ihr Durchmesser = D oder ihr Halbmesser = r gegeben.

Auflösung.

Man suche den Inhalt einer Kreisesfläche, deren Durchmesser oder Radius, dem gegebenen Durchmesser oder gegebenen Radie gleich ist, (nach §. 233. Anmerk. 2. Nr. 1. oder 2.) und nehme diese gefundene Fläche vierfach, so ist dieser vierfache Flächenraum der Oberfläche der Kugel gleich.

Die allgemeine Formel ist entweder

$$1)\ \frac{D^2 \pi 4}{4} = D^2 \pi$$

oder $2) = 4 r^2 \pi$.

Exempel. Der Diameter der Erde ist 1718,874 gemeine deutsche Meilen. Wie viel Quadratmeilen hält die Oberfläche der Erdkugel?

Berechnung nach der Formel Nr. 2.

Log. 4 = 0,6020600
Log. π = 0,4969296
2 Log. r = 5,8684280

6,9674176 diesem Logarithmen entspricht in den Tabellen, die Zahl 9277220, welches der Flächenraum der ganzen Oberfläche der Erde in Quadratmeilen ist.

Wenn nun die Länge einer gemeinen deutschen Meile 22842 Pariser Fuß, und 144 derselben 126,8 Würtemb. Fuß machen, so gehen auf eine Quadratmeile 404550000 Würtembergische Quadr. Fuß; diese machen 105351,56 Würtemb. Morgen.

Folglich enthält die Oberfläche der Erde:

9277220 x 105351,56

das ist: 9'' 69947 8' 767263 Morgen.

Aufgabe.

§. 282. Den körperlichen Inhalt einer Kugel zu finden, wenn ihr Diameter, oder der Radius, oder ihr größter Umfang gegeben ist.

Auflösung.

Man suche nach §. 281. aus dem gegebenen Diameter die Oberfläche der Kugel. Diese Oberfläche multiplicire man mit dem sechsten Theil des Diameters, so erhält man den Inhalt der Kugel.

Z. E. Nach §. 281. ist die Oberfläche $= D^2 \pi$

der dritte Theil des Diam. $= \frac{D}{6}$

folglich Inhalt der Kugel $= \frac{D^3 \pi}{6}$

Exempel. Nach §. 281. ist der Diameter der Erde = 1718,874 deutsche Meilen. Wie viel Kubicmeilen hält die ganze Erde?

Hier

Hier ist also D = 1718,874

demnach 3 Log. 1718,874 = 9,7057320
Log. 3,14 = 0,4969296

10,2026616

Log. 6 = 0,7781513

9,4245103

diesem Log. entspricht in den Tabellen die Zahl 2657730000, welche den körperlichen Inhalt der Erdkugel in Kubicmeilen angiebt.

Wenn man nun bedenkt, daß es noch mehrere Weltkörper giebt, welche Millionenmal größer als unsere Erde sind, und folglich auch Millionenmal obige Kubicmeilen Anzahl in sich enthalten müssen, so müssen wir über deren unbegreifliche Größe erstaunen, und den großen Schöpfer derselben mit der größten Ehrfurcht anrufen: Herr, wie sind deine Werke so groß und viel! Ps. 104, 24.

§. 283.

Noch etwas aus der Stereometrie
und zwar
vom Visiren.

Visiren heißt überhaupt, durch einen gewissen Maaßstab ausmessen und bestimmen, wie viel ein gewisses Gefäß von einer darinnen angefüllten Materie z. E. Wasser, Wein, Frucht rc. enthalte. Die Hauptsache wird dar-

auf ankommen, daß man sich besondere Maaßstäbe sowohl zur Frucht als zum Wein verfertigt, hat man diese, so kann man leicht bestimmen, wie viel ein solches Gefäß, Maaß Wein oder Wasser, Srj. Frucht halten kann. Um aber die Sache nicht schwer, sondern vielmehr leicht und nützlich zu machen, so wird mehrentheils nur Rücksicht auf einige Gefäße genommen. Eine weitläuftigere und leichte Abhandlung von Ausmessung der kubischen und cylindrischen Gefäße hat der ehmalige Herr Pfarrer zu Weil im Schönbuch, M. Zennek, Anno 1774. herausgegeben, unter dem Titel: „Anweisung den Inhalt cylindrischer und kubischer Gefäße, auch nicht voller Fäßer, wie viel solche leer oder voll seyen, auf eine sehr leichte und richtige Art zu berechnen." Diese Abhandlung ist hinreichend, den Meßliebhaber in Messung der kubischen Gefäße zu unterrichten, unerachtet sie nur $1\frac{1}{2}$ Bogen stark ist. In folgendem werden einige Sätze und Aufgaben daraus angegeben werden.

§. 284. Man weiß, daß zu Ausmessung eines Körpers ein Kubus oder Würfel zum Maaßstab angenommen wird; würde nun ein Würtemb. Srj. Frucht, Imi Wasser oder Wein, genau einen Kubicschuh halten, so würden die Gefäße, worein Flüßigkeiten gegossen werden, eben so leicht auszumessen seyn, als wie ein anderer Körper ausgemessen wird.

Weil

Weil aber weder 1 Srj. Frucht noch 1 Imi Wasser einem Kubicschuh gleich ist, so muß man 1 Imi oder Srj. Frucht in einen Kubum verwandeln, den man hernach zu Ausmessung der Früchten und Flüßigkeiten gebrauchen kann.

Ein Würtembergisches Imi von 10 Maaß in einen Kubum zu verwandeln.

§. 285. Man lasse sich von einem Schreiner ein rechtwinklichtes Gefäß von Brettern zusammen schlagen, welches ungefähr etliche Zoll über einen Schuh lang, breit und hoch ist, fast wie einen Würfel, und wenn allenfalls die Fugen das Wasser nicht hielten, so kann man sie ganz dünn mit Pech ausgießen. Man stelle dieses Gefäß auf eine senkrechte Ebene, und gieße ein Imi oder 10 Maaß darein, man messe die Höhe des Wassers samt der Länge und Breite desselben, nach einem gewissen Maaßstab, und rechne daraus den Inhalt, aus dem kommenden Produkt extrahirt man die Kubicwurzel, da man denn die Seite von einem Kubo erhält, der 10 Maaß oder 1 Imi halten wird §. 278. Z. E.

die innere Länge des Kubi sey	= 9″ 9‴	Nach dem Würtemb. Schuh, der aber in 10 Theile oder Zolle eingetheilt ist.
die innere Breite	= 9″ 9‴	
die Tiefe des Wassers	= 7″ 8‴	

Be-

Berechnung.

Breite	$= 9'' 9'''$	multipl.
Länge	$= 9'' 9'''$	
	$98'' 01'''$	
Tiefe des Wassers	$= 78''$	
	$764'' 478'''$	

Hieraus Radix Kubica $= 9'' 1''' 4^{IV}$. Das ist: 9 Würtemb. Decimalzoll, 1 Decimallinie, und 4 Decimalscrupel.

Da man nun das Maaß der Seite eines Kubi, der 1 Jmi hält, gefunden, so trage man diese gefundene Länge auf einen besonders darzu gemachten viereckigten Stab, der beliebig lang seyn kann, so vielmal man will. Einen Theil von der auf den Stab getragenen Länge theile man in 10 Theile, und einen 10ten Theil wieder in 10 kleinere Theile; so kann man einen solchen Theil, der die Länge des gefundenen Kubi hat, für einen Schuh den 10ten Theil eines Zolles für eine Linie ansehen. Einen Schuh bezeichnet man mit ('), einen Zoll mit (''), und eine Linie mit (''').

§. 286. Nun wird der Gebrauch dieses Maaßstabs nicht schwer seyn, wenn man sich vorher das Ausmessen der Körper recht bekannt macht, wovon in vorigem Kapitel hinlänglicher Unterricht gegeben worden. Wie viel ein Bronnenkasten Jmi Wasser halte, wird gefunden,

den, wenn man die Länge, Breite und Tiefe mit diesem verfertigten Maaßstab ausmißt, und die Maaße, wie gewöhnlich, in einander multiplicirt. Z. E.

Der Bronnentrog halte nach seiner inwendigen
Länge = 8′
nach der Breite = 5′
nach der Tiefe = 4′

so ist die Berechnung

Länge = 8′ }
Breite = 5′ } multipl.
40′
Tiefe = 4′
160′ d. i. 160 Jmi.

Wollte man dieses herausgebrachte Maaß auf Würtembergische Aimer reduciren, so müßte man solches mit 16 dividiren, weil 1 Aimer 16 Jmi hält.

16 | 160) 10 Aimer.
16
— 0

Anmerkung. Auf diese Art nun wird jedes viereckigte Gefäß, worinnen Wasser oder Wein befindlich, ausgemessen.

Einen

Einen Maaßstab zu verfertigen, womit viereckigte Gefäße, z. E. Fruchtbehälter oder Fruchtfässer ausgemessen werden.

§. 287. Man nehme das obenerwähnte, Gefäß, und schütte 1 Srj. Frucht, z. E. Gersten oder Kernen darein, und messe wieder beyde inwendige Weiten, desgleichen die Tiefe der Frucht. Die Länge halte 9'' 9''', die Breite 9'' 9''', die Tiefe 9'' 4''' 9^{IV}, so ist der kubische Inhalt:

Länge = 9'' 9''' }
Breite = 9'' 9''' } multipl.

98'' 01'''

Tiefe = 9' 4'' 9'''

930'' 114''' 900^{IV}. Hieraus Radix Kubica beynahe 9'' 7''' 6^{IV}.

Diese Länge nehme man von dem Würbergischen Maaßstab, und trage sie so vielmal auf einen viereckigten Stab als man will, und theile solche Länge in 10 Theile, und einen solchen 10ten Theil wieder in 10 kleinere Theile, so kann man die erste Theile für Schuh, die zweyte für Zolle, und die dritte für Linien gelten lassen, die Schuh werden alsdenn mit (') die Zolle mit (''), und die Linien (''') bezeichnet. Mit diesem Maaßstab werden alle eckigte Fruchtgefäße ausgemessen. Z. E. ein Fruchtfach halte

der

der Länge nach 42'
der Breite — 24'
der Tiefe — 6'

Berechnung.

Länge = 42'
Breite = 24'
1008'
Tiefe 6'
6048'

Wollte man wissen, wie viel dieses Scheffel ausmache, so müßte das Produkt mit 8, als dem Maaß eines Scheffels, dividirt werden.

8 | 6048 | 756 Würtemb. Scheffel.

Einen Maaßstab zu verfertigen, womit cylindrische Gefäße, z. E. Fässer, nach Aimer, Imi und Maaß können ausgemessen werden.

§. 288. Wenn ein Maaßstab, womit die Fässer nach Aimer, Imi und Maaß ausgemessen werden sollen, solle verfertigt werden, so muß man vor allen Dingen ein so viel als immer möglich genaues Verhältniß zwischen den cylindrischen und kubischen Gefäßen finden, welches man nach dem Ludolphischen Verhältniß 1000 : 3141, als den besten Verhältnißzahlen zur Quadratur des Zirkels finden kann, hat man ein solches Verhältniß zwischen den kubischen und cylindrischen Gefäßen, so kann leicht

leicht ein Maaßstab zur Ausmessung der cylindrischen Gefäße verfertiget werden. Es solle also zuförderst gezeigt werden, wie sich die Grundlinie eines Kubi zum Diameter eines gleichviel haltenden Cylinders, dessen Höhe dem Diameter gleich ist, verhalte.

Berechnung.

Man nehme an, der Inhalt eines Kubi sey = 1357910000000. Der Diameter eines Cylinders = 12000, seine Höhe = 12000, so wird der Inhalt desselben nach dem Reesischen Satz also gefunden.

X Inhalt	12000 Diameter.
1000 Diam.	3141 Periph.
4.	12000
	12000

1357910000000 = Inhalt des Cylinders.

Da nun der Inhalt des obigen Kubi dieser gefundenen Zahl gleich ist, so darf man nur die Kubicwurzel daraus extrahiren, da sich sodann die Grundlinie des Kubi ergiebt. §. 278.

1357910000000 hieraus Radix Kubica beynahe = 1107 . . . . .

Mithin wäre das Verhältniß der Grundlinie eines Kubi zum Diameter eines gleichviel haltenden Cylinders, dessen Höhe dem Diameter gleich ist

wie 1107 : 12000.

Wie

Wie dieses Verhältniß könne genützt werden, wird sich sogleich zeigen. Man nehme das oben erwähnte kubische Gefäß, und gieße darein ein genau gemessenes Imi Wasser, und zeichne auf allen Seiten inwendig, wie weit das Wasser an denselben gereicht habe.

§. 289. Es ist schon oben vor die innere Weite des Kubi gefunden worden = 9'' 9'''
innere Breite = 9'' 9'''
vor die Tiefe des Wassers = 7'' 8'''
Also der Inhalt des Kubi = 764'' 478'''
hieraus Radix Kubica = 9'' 1''' 4^{IV}

Hieraus wird sich nun gleich ergeben, wie der Maaßstab für die cylindrische Gefäße müsse verfertigt werden.

Man spricht nach dem eben gefundenen Verhältniß: die Grundlinie eines Kubi 1107 giebt 12000 zum Diameter eines gleichviel haltenden Cylinders; was giebt eines andern Kubi Grundlinie 914. für einen mit eben diesem Kubo gleichviel haltenden Cylinders, Diametrum?

Berechnung nach dem Reesischen Satz:

X Diam.	914^{IV} Grundl. eines K.
Grundl. eines Kubi 1107	12000 Diam.

Fac. 9'' 9''' 1^{IV} — . . das ist:
9 Würtemb. Decimalzoll,
9 Linien, und 1 Scrupel.

Diese

Diese gefundene 9'' 9''' 1^{IV}, werden genau auf einem 1000theiligen Maaßstab, dessen Länge genau 1 Würtemb. Schuh, aber in 10 gleiche Theile oder Zolle eingetheilt ist, abgenommen, und auf einen besonders darzu verfertigten vierekigten Stab getragen, so vielmal als die Länge des Stabs es erlaubt; den ersten Theil auf dem Stab kann man wieder in 10 gleiche Theile, und einen solchen Theil wieder in 10 kleinere Theile eintheilen, so bedeutet ein großer Theil 1 Jmi, ein kleinerer Theil 1 Maaß, und der noch kleinere Theil den zehenten Theil einer Maaß.

Gebrauch dieses Visier-Stabs.

§. 290. Man messe mit dem verfertigten Stab die Länge des Fasses, wovon aber die Zargen und Dicke der Böden abgezogen werden müssen; ferner werden die zwey Diametri der beyden Böden gemessen, und wenn sie ungleich sind, müssen sie mit einander verglichen werden, das ist: man addirt ihr Maaß zusammen, und dividirt die Summe mit 2. Nun muß man die gemessene Spondtiefe zweymal nehmen, und die verglichene Bodentiefe darzu addiren, und die Summe mit 3 dividiren, da man denn den wahren Diameter eines Faß-Cylinders erhält.

Exempel. Es sey der vorder Boden-
Diameter = 4′ 2″ 3‴
der hintere Boden-Diameter = 4′ 4″ 5‴
2 in — 8′ 6″ 8‴

so ist der verglichene Boden-
Diameter = 4′ 3″ 4‴
die Spondtiefe sey = 4′ 9″ 1‴

Man suche jetzt den wahren Diameter.

Spondtiefe = { 4′ 9″ 1‴
4′ 9″ 1‴
verglichener Boden-Diam. = 4′ 3″ 4‴
divid. 3 in 1416
4′ 7″ 2‴ wahrer
Diameter des Faß-Cylinders.

Da man also den Diameter des Faß-Cylinders gefunden, so kann auch leicht der Inhalt nach Aimer, Jmi und Maaß gefunden werden. Man multiplicirt nemlich die Länge des Fasses, welche im gegenwärtigen Fall 8° 0′ 2″ ist, mit dem gefundenen Diameter 4′ 7″ 2‴. und das herausgebrachte Produkt noch einmal mit eben diesem Diameter.

wahrer Diameter = 4′ 7″ 2‴
Länge des Fasses = 8′ 0″ 2‴
9 4 4‴
3 7 7 6
3 7′ 8 5″ 4 4‴
Diameter = 4′ 7″ 2‴
1 7 8′ 6 7 2″ 7 6 8‴

Das

Das ist 178 Imi, $6\frac{2}{3}$ Maaß, oder 11 Aimer, 2 Imi, $6\frac{2}{3}$ Maaß.

Anmerkung. Die Ausmessung und Berechnung der Oval-Fässer ist eine sehr mühsame und beschwerliche Arbeit, daher wir es übergehen, weil wir uns meistens nur auf solche Fälle einschränken, die am häufigsten vorkommen; hat man aber dasjenige, was bisher gesagt worden, recht gut verstanden, so wird derjenige, so sich mit Ausmessen der Fässer beschäftigt, auch leicht die seltene Fälle von selbsten verstehen lernen, und man wird auch finden, wenn man aufmerksam ist, und auf alles Achtung giebt, sollten es auch nur Kleinigkeiten seyn, daß man sich die äußerste Genauigkeit nicht versprechen dürfe, wegen Ungleichheit des Fasses, Böden und der Taugen.

Aufgabe.

§. 291. Eine von den größten zinnernen Principal-Pfeifen der neu aufgebauten Orgel in der Stiftskirche zu Stuttgardt hält in ihrer ganzen Länge 21 Würtembergische Fuß, und ihr Durchmesser 1 Fuß, 3 Zoll.

Der Cylindrische Theil an derselben ist 17 Fuß, 4 Zoll lang; das untere conische Mundstück 3 Fuß, 6 Zoll; der untere Durchmesser des

des conischen Mundstücks an der Windlade 2 Zoll, 5 Linien. Man soll finden wie viel Imi Wassers diese Pfeife halte.

1) Man reducire das angegebene Maaß auf das Maaß zur Ausmessung Cylindrischer Gefäße in §. 288. Am Ende des angeführten §. hat man für den Cylindr. Gefäß-Fuß gefunden 9,91″

demnach verhält sich

2) Würtb. Fuß: Cyl. Gef. Fuß = 10″ : 9,91″

folgl. 1 W. Fuß = $\frac{10''}{9,91}$

1 W. Fuß = 1,00908 Cyl. Gef. Fuß.

Um der Bequemlichkeit willen führe ich die Rechnung mit Logarithmen.

3) Nach Nr. 2. sind demnach 17,4 Würt. Fuß = 17,4 x 1,00908 Cyl. Gef. Fuß,

Log. 17,4 = 1,2405492
Log. 1,00908 = 0,0039263
1,2444755 dieser Logar.

giebt für die Länge des Cylindrischen Theils = 17,558 Cyl. Gef. Fuß.

4) Der Diameter ist 1,3 Würt. Fuß

daher Log. 1,3 = 0,1139434
Log. 1,00908 = 0,0039263
0,1178697 giebt für den

Diameter 1,31181 Cyl. Gef. Fuß.

5) Der

5) Der untere Diameter des conischen Mundstücks ist 0,25 W. Fuß

also Nr. 2. sind 0,25 Würtemb. Fuß
$= 0{,}25 \times 1{,}00908$ Cyl. G. F.

Log. 0,25 $= 0{,}3979400 - 1$
Log. 1,00908 $= 0{,}0039263$

$0{,}4018663 - 1$ dieser Log. giebt für den untern kleinen Diameter 0,25227 Cyl. Gef. Fuß.

6) Die Höhe des untern conischen Stücks ist 3,6 Würt. Fuß

folgl. nach Nr. 2. 3,6 W. F. $= 3{,}6 \times 1{,}00908$

Log. 3,6 $= 0{,}5563025$
Log. 1,00908 $= 0{,}0039263$

$0{,}5602288$ giebt für die Höhe im Cyl. Gef. Fuß $= 3{,}6327$.

7) Nun ist der Inhalt des Cylindrischen Theils der Pfeife nach §. 277. $\frac{D^2 \pi h}{4}$

Nach Nr. 4. ist 2 Log. D $=$ 2 Log. 1,31181
$= 0{,}2357394$
Log. π $=$ Log. 314 $= 0{,}4970679$
Nach Nr. 3. Log. h $=$ Log.
17558 $= 1{,}2444755$

$1{,}9772828$
Log. 4 $= 0{,}6020600$

$1{,}3752228$

dieser

dieser gefundene Logarithme giebt für den Kubischen Inhalt des obern Cylindrischen Theils = 23,7259 Cylind. Gefäß-Fuß Kubicmaaß.

8). Der Inhalt des untern conischen Stücks wird nach der Formel in §. 274. berechnet.

Hier ist

$$\frac{D}{2} = \frac{1,31181}{2} = 0,655905 = R$$

und
$$\frac{d}{2} = \frac{0,25227}{2} = 0,126135 = r$$

demnach 2 Log. R = 0,6335494 — 1 = 0,43008
2 Log. r = 0,2016712 — 1 = 0,01591
Rr = 0,9176103 — 2 = 0,08272

also $(R^2 + Rr + r^2) = 0,52871$.

$\text{Log.}(R^2+Rr+r^2) = \text{L.} 0,52871 = 0,7232175 - 1$
$\text{Log.}\ \pi = \text{Log.}\ 3,14 = 0,4970679$
$\text{Log.}\ h = 3,6327 = 0,5602295$

0,7805149

Log. 3 = 0,4771213

also
$$\text{Log.}\left(\frac{h\pi}{3}(R^2+Rr+r^2)\right) = 0,3033936$$

dieser Logarithme giebt für den Kubischen Inhalt des conischen Stücks: 2,01092 Cylindr. Gefäß Kubicfuß.

9) Folglich Inhalt des obern Stücks aus
Nr. 7. . . = 23,7259
Inhalt des conischen Stücks aus
Nr. 8. . . = 2,01092

25,73682

Cylindr. Gefäß Kubicfuß; das ist nach §. 290. = 25 Imi 7,3682 Maaß, oder 1 Würtemb. Aimer, 9 Imi, $7\frac{1}{4}$ Maaß.

§. 292. Noch eine Aufgabe über eine hölzerne Pfeife aus eben dieser Orgel.

Die größte parallelepipedförmige hölzerne Principal-Pfeife ist 32 Fuß lang; 1 Schuh, 5 Zoll, 4 Lin. dick; 1 Schuh, 2 Zoll, 5 Lin. breit, neues Maaß alles im lichten gemessen. Man soll finden wie viel Würtemb. Imi Wassers diese Pfeife halte.

Dieses angegebene Maaß reducire man auf dasjenige in §. 285. womit der flüßige kubische Inhalt der Parallelepipeden gemessen wird.

1. Der Parallelepipeden Fuß ist nach §. 285. = 9,14″
demnach verhält sich

Würt. Fuß: Parallelepipeden Fuß = 10:914″
folgl. 1 Würt. Fuß = 1,0941 Parallelepip. Fuß.

Demnach sind 32 Würt. Fuß = 32 x 1,0941 Parallelepipeden Fuß.

Log.

Log. 32 = 1,5051500
Log. 1,0941 = 0,0390538'

1,5442038 dieser Log.
giebt für die Länge der Pfeife: 35,011 Parallelepipeden Fuß.

2. Die inwendige Dicke ist 1,54'
daher ist nach Nr. 1.
1,54 Würt. Fuß = 1,54 x 1,0941
Log. 1,54 = 0,1875207
Log. 1,0941 = 0,0390538

0,2265745 dieser Log.
giebt für die inwendige Dicke 1,6849 Parallelepipeden Fuß.

3. Die inwendige Breite ist 1,25'
folgl. nach Nr. 1. ist
1,25' W. Fuß = 1,25 x 1,0941 Prllpped F.
Log. 1,25 = 0,0969100
Log. 10941 = 0,0390538

0,1459638 dieser Log. giebt für die inwendige Breite 1,39947 Prllppden F.

4. Nun ist der kubische Inhalt der Pfeife = 35,011 x 1,6849 x 1,39947
Log. 35,011 = 1,5442038
Log. 1,6849 = 0,2265745
Log. 139947 = 0,1459638

1,9167421 dieser Log. giebt für den ganzen kubischen Inhalt der Pfeife 82,555 Prllppden Fuß; das ist nach §. 286. 82 Würt. Imi 5,55 Maaß, oder 5 Aimer, 2 Imi, 5½ Mß.

Anhang.

§. 293.

Meine bisherige Absicht war, einem praktischen Feldmesser nur diejenige Handgriffe und Vortheile zu zeigen, die beym allgemeinen Feldmessen vorkommen, und wie dieselbe bey der Winkelscheibe können genützt werden, so habe nicht ermanglen wollen, auch etwas von dem Gebrauch deß in der praktischen Geometrie so nützlichen Meßtisches, und die Vortheile, so man dabey anwenden kann, hier gleichsam in einem Anhang dieses bisherigen vorzutragen, weil es doch unter vielen Köpfen auch solche giebt, die nicht gerad bey dem Feldmessen stehen bleiben wollen, sondern auch zu wissen verlangen, wie Linien zu messen, zu denen man nicht oder nur zum Theil kommen kann, und wie ein Stück Gut, oder der Plan einer Markung, einer Stadt, eines Dorfs aufzunehmen sey; und weil mir sonderheitlich einige Gelehrte und Kunstverständige, denen ich diese Schrift zum Durchlesen übergab, angerathen, auch den Gebrauch des Meßtisches zu zeigen, so soll gegenwärtiger Anhang darzu gewidmet seyn.

§. 294.

Beschreibung des Meßtischleins.

Das Meßtischlein besteht:

I. Aus 2 viereckigten Brettlein, jedes davon kann $1\frac{1}{2}$ bis 2 Schuh im gevierten halten, sie sind am besten, wenn sie von hartem Birnbaumholz recht glatt abgehobelt, und auf den Seiten mit Leisten verwahrt werden, daß sie sich nicht so leicht werfen können oder krumm werden. Das erste Brettlein ist und bleibt wie es vom Schreiner verfertigt wird, nur wird unten an dasselbe ein 12 bis 15 Zoll langer Zapfen angeschraubt, der durch die Hülse AB Fig. 51. Tab. IV. geht. Auf dem andern Brett aber, welches beym Gebrauch auf das untere gelegt, und mit etlichen Schrauben fest gemacht wird, ist ein ganzer Zirkelbogen in 360 Grade getheilt, aufgezeichnet; es kann auch nur ein halber Zirkelbogen von 180° seyn; dieses letztere Brett vertritt die Stelle eines Astrolabii.

II. Aus dem Fuß oder Stativ. AB Fig. 52. ist eine von hartem Holz gedrehte runde Hülse, welche 5 Zoll lang und im Durchmesser $2\frac{1}{2}$ Zoll ist. Durch die Mitte ist der Länge nach ein Loch durchgebohrt, im Diameter $1\frac{1}{4}$ Zoll haltend. Bey D ist eine Stellschraube angebracht; in diese Hülse sind 3 Zapfen, E, F und G eingemacht, (in der Zeichnung können

aber

aber nur 2 derselben gesehen werden) in welche die 3 Füße EH, GI und FK, welche $3\frac{1}{2}$ auch 4 Schuh hoch seyn können, angeschraubt, und sich leicht herum drehen lassen.

III. Aus dem Diopternlineal. AB Fig. 53. ist ein von hartem Holz gemachtes Lineal von 15 Zoll lang und 3 Zoll breit, worauf bey C ein kleines und $5\frac{1}{2}$ Zoll hohes Postement oder Stativ, das oben bey D ein Gewind hat, in welchem sich das eigentliche Diopternlineal, welches ungefähr 13—14 Zoll lang ist, drehen läßt, um die Absehen leicht nach den Gegenständen richten zu können, an das obere Diopternlineal ist ein messingner Halbzirkel GNH angeschraubt, der 3 Zoll zum Radio hat, und in 2mal 90° abgetheilt. Aus dem Centro K fällt ein von Pferdehaar gemachter Senkel, der beym Gebrauch die Grade auf dem Halbzirkel anzeigt und abschneidet. Unter dem Gewinde D befindet sich ein Getrieb N, welches in ein gezahntes Rädle eingreift, und durch dessen Herumdrehung das Diopternlineal bald höher bald tiefer stellt. Die 2 Absehen F, E sind an der Schärfe des obern Lineals perpendikular aufgerichtet, sie sind von Messing und etwa $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll hoch, in jeder Diopter ist ein kleines Löchlein und eine Oefnung, durch welche kreuzweis Pferdehaare a. b. in der Höhe des Löchleins gezogen sind, daß wenn das Auge durch das Löchlein und Kreuzlein

lein wegsiehet, solches genau parallel mit dem Linial geschehe; die Punkte oder Löchlein in den Dioptern liegen genau in einer Vertikalfläche dem untern Lineal, so daß, wenn eine Perpendikularlinie von dem Punkte a oder b herunter gefällt wird, dieselbe genau an der Nebenseite des untern Linials streift, vorausgesetzt, wenn das Instrumentle auf einer horizontalen Ebene stehet Ferner gehört noch zu dem Meßtischlein ein Senkelbley wie Fig. 54. welches auf zweyerley Art gebraucht wird, wovon wir beym Gebrauch des Meßtischleins desselben Gebrauch und Nutzen anzeigen wollen. Bey O ist ein kleines Stückchen Messing, worein ein Löchlein gemacht, daß eine etwas starke Nadel durchgesteckt werden kann, dieses Stück läßt sich nicht nur an dem Rand des untern Linials der Länge nach hin und her schieben, sondern auch leicht hinweg nehmen.

§. 295. Ob man gleich mit diesem hier beschriebenen Meßtisch wegen seiner gar zu einfachen Zusammensetzung und deswegen daraus entspringenden Unbequemlichkeiten keine äußerst genaue Vermessung vornehmen kann, so wird derselbe doch nicht ganz ohne Nutzen seyn; zugleich soll er aber auch darzu dienen, theils, daß die Landfeldmesser und die Anfänger einsehen, was ein Meßtischlein für ein Ding sey; anderntheils, daß sie an einem solchen wohlfeilen Werkzeuge die erste Handgriffe lernen mögen.

mögen. Ich bediente mich dieses Werkzeuges, welches ich auf vorbeschriebene Art schon vor 26 Jahren aus ganz natürlichen Gründen so wohlfeil als möglich zusammengesetzt habe, mit Nutzen. Nachdem ich aber einige Jahre nachher, als Lehrer in der ehmaligen hohen Carlsschule zu Stuttgardt angestellt wurde, und im Sommer halben Jahr die praktische Geometrie zu lehren hatte, so bediente ich mich eines andern Meßtisches, den ich durch hiesige Künstler theils nach meiner Idee, theils nach dem Muster des Branderschen Universal Meßtisches verfertigen ließ. Von dem Branderschen Meßtische kam zu Augsburg Anno 1772 und 1774 eine eigene Beschreibung heraus.

§. 296.

Von dem Gebrauch des Meßtischleins.

Ehe man Gebrauch des Meßtischleins macht, muß das untere Brett, welches wir A, das andere aber, auf welches ein Halbzirkel gezeichnet worden, B nennen wollen, mit weissem Papier überzogen werden, welches geschiehet, wenn man das Papier vorher mit einem sauberen Schwamm, der in reines Wasser getaucht und angefeuchtet worden, ein wenig anfeuchtet, und eines Fingers breit rings herum mit Pappe oder Mundleim anstreicht, und sodann auf das Tischlein anklebet, so spannt es sich so schön als möglich an, wenn das angefeuchtete Papier trocken ist;

auf

auf diese Art kann man 3, 4, auch mehrere Bögen Papier aufziehen, sonderheitlich ist dieses nöthig, wenn man den ganzen Tag mit dem Meßtischlein fort arbeiten muß, da man sodenn, wenn das erste Papier gebraucht ist, dasselbe mit einem Federmesserlein nach und nach an dem Rande herum ablöset, so liegt schon wieder ein anderes zum Gebrauch da.

§. 297.

Einen vorgegebenen Winkel zu messen.

I. Mit dem Brett A. Hier wird das Tischbrett B abgeschraubt, und der Tisch samt dem Stativ auf den Winkel A Fig. 55. hingestellt; nun wird das Senkelbley Fig. 54. welches ein umgebogener Drat, und an dem Ringle bey A ein Faden mit einer kleinen Kugel B versehen, an den Meßtisch angesteckt, aber so, daß die kleine Kugel genau auf die Spitze des Winkels A falle, so zeigt das Ende des Drats C auf dem Meßtisch den nemlichen Punkt des Winkels A an, und welcher perpendikular in die Spitze des Winkels A herunter fället. Man bezeichne diesen Punkt mit einem Bleystift, und lege das Dioptern-Linial daran, und richte dasselbe genau nach der Gegend C, daß die Absehen und das Objekt C genau in einer geraden Linie liege, so kann man mit einem Bleystift auf dem Meßtischlein die Linie AE ziehen, eben so richtet man das Diop-

Dioptern-Linial gegen den Baum B, und ziehet die Linie AD, so ergiebt sich der Winkel DAE auf dem Meßtisch von selbst, welchen man mit dem Transporteur leicht messen kann.

II. Mit dem Tischbrett B. Wenn man den Winkel sogleich in Graden bestimmen will, so wird das Brett mit dem in Graden eingetheilten Bogen wieder auf den Tisch A aufgeschraubt, und das Senkelbley in den Haken, der in den Zapfen m, welcher durch die Hülse des Meßtisches geht, und unten eingeschraubt ist, eingehängt, und der Meßtisch auf den vorgegebenen Winkel gestellt, daß das Senkelbley genau auf des Winkels Spitze A falle; man stellt alsdenn das Dioptern-Linial also, daß der Stift in dem Centro des eingetheilten Bogens durch die Oefnung O gehe, in dieser Richtung wird das Linial hin und her gedreht, bis es genau den Grad 0 oder das Zero des eingetheilten Bogens streift. Nach dieser Vorrichtung muß man die Stellschraube D losmachen, und den Meßtisch so lang hin und her drehen, bis man durch das Dioptern-Linial den Gegenstand C Fig. 55. genau durch die Absehen siehet. Alsdenn schraubt man die Stellschraube wieder zu. Wenn man folglich das Dioptern-Linial um den eben erwähnten Stift so lang hin und her führet, bis der Baum durch die Absehen deutlich gesehen wird, so schneidet das Linial

auf

auf dem Gradbogen einen Grad ab, der die Größe des Winkels BAC bestimmt.

Einen Vertikal-Winkel zu messen. Z. E. den Winkel ABC, Fig. 56. Tab. IV.

§. 298. Man stellt den Meßtisch an einen schicklichen Ort, so viel als möglich waagrecht, und stellt das Diopternlinial darauf, daß der kleine Senkel, welcher aus dem Centro des Transporteurs fällt, genau den Grad o abschneidet, und bemerkt den Ort an dem Thurn, wo die Absehen in einem solchen Stand hinzielen, und richtet alsdenn das bewegliche Diopternlinial, vermittelst des angebrachten Gewindes, bis man die Spitze des Thurns genau in den Diopternhat, so schneidet der Senkel auf dem Gradbogen die Grade des gesuchten Winkels. Wollte man aber den Winkel CAD bestimmen, so müßte man noch den Winkel DAB messen, und zu dem ersten gesuchten Winkel addiren, da sich dann die Größe des Winkels CAD ergeben wird. Z. E. der Senkel, nach dem die Absehen gegen C als zu der Spitze des Thurns gerichtet worden, schneide genau 43° von o an gezählt ab, so wäre dieses die Größe des Winkels CAB, und nach dem ferner die Absehen gegen D, als zu dem Fuß des Thurns gerichtet worden, schneide der Senkel den 13° von o an gezählt ab, so wäre der Winkel BAD bekannt, da nun

$$\begin{aligned} CAD &= CAB + BAD \\ CAB &= 43^\circ \\ BAD &= 13^\circ \end{aligned}$$

so ist auch $CAD = 43^\circ + 13^\circ$

$CAD = 56^\circ$ Größe des gesuchten Winkels.

Eine Linie zu messen, zu deren beyden Endpunkten man zwar kommen, aber nicht gerad von dem einen zum andern, sondern einen Umweg machen muß. Fig. 57.

§. 299. Hier nimmt man den Tisch A. stellt ihn an einen schicklichen Ort, wo beyde Endpunkte der Linie können übersehen werden; man nehme alsdann den Senkel Fig. 54. und bemerke vermittelst desselben den Punkt C auf dem Meßtisch sowohl als auf der Erde, jenen zeigt das Ende des Drats C, diesen aber der Senkel B an. Nun legt man das Dioptern-Linial an den auf dem Meßtisch gemachten Punkt C, richtet die Absehen gegen A, und zieht auf dem Meßtisch die Linie a c. Eben so richtet man die Absehen gegen B, und ziehet die Linie c b. Hierauf mißt man von dem Punkt C an auf der Erde die Linien AC und BC, und trägt ihr Maaß vermittelst des verjüngten Maaßstabes (den man beständig bey sich führen, oder aber vorher auf den Meßtisch zeichnen muß. Gut ist es, wenn man mehrere dergleichen verjüngte Maaßstäbe, große und kleine, auf ein Linial

von

von Holz oder Messing, welches einen Schuh lang, neben einander abzeichnet, im Fall einer zu groß oder zu klein wäre, man geschwind einen andern in Bereitschaft habe) auf den Meßtisch. Z. E. die Linie AC halte 14° 4′ so nehme man auf dem verjüngten Maaßstab eben auch 14° 4′ mit dem Zirkel ab, und trage diese verjüngte Weite aus c gegen a, und bemerke den Punkt a. Eben so mißt man die Linie CB, welche hält 12° 5′, und trage ihr verjüngtes Maaß aus c gegen b, und merket den Punkt b. Wenn man alsdenn auf dem Meßtisch die Punkte a und b zusammen zieht, so entsteht der kleine Triangel abc, welcher dem großen Triangel ABC ähnlich ist, und das Maaß der Linie ab hat nach dem verjüngten Maaßstab eben so viel Ruthen oder Schuh ꝛc. als die Linie AB Ruthen oder Schuh hat nach dem wirklichen Maaß. Man darf also, um die Linie AB zu bekommen, nur die kleine Linie ab mit dem verjüngten Maaßstab messen, so giebt zugleich das kleine Maaß auch das Maaß der Linie AB im großen an.

Eine Linie zu messen, zu deren einem Ende man nur kommen kann. Fig. 58.

§. 300. Es sey die Linie AB, welche sich noch jenseits eines Flusses erstreckt, zu messen, man kann aber nur zu dem Ende A derselben kommen, doch kann man das andere Ende B

der

der Linie bequem sehen. Man stelle das Meßtischlein in A, und richte es vermittelst des Senkels, daß der Punkt a auf dem Meßtischlein, und A auf der Erde in einer Perpendikularlinie liegen; hierauf legt man das Dioptern-Linial an den Punkt a, und siehet nach B und nach dem in C ausgesteckten Stab, und ziehet auf dem Meßtischlein die Linien ac und ab. Alsdenn mißt man die angenommene Standlinie AC, und trägt ihr verjüngtes Maaß, wie (§. 299.) gezeigt worden, aus a gegen c. Ferner trägt man das Meßtischlein in die Gegend C, und stellt es daselbst also, daß der Punkt c genau perpendikular auf C falle, welches am bequemsten mit dem oben angezeigten Senkel geschehen kann. Ist dieses geschehen, so muß man das Dioptern-Linial an die Linie ac anlegen, die Stellschraube D losmachen, und das ganze Meßtischlein drehen, bis man durch die Dioptern den Stab, welcher in A ausgesteckt worden, genau siehet, hierauf wird die Stellschraube wieder zugestellt. Nun wird auch das Dioptern-Linial um den Punkt c so lang gedreht, bis man das Ende der Linie B siehet, und zieht nachher die Linie bc auf dem Meßtischlein, welche endlich die Linie ab in b schneiden, und so viel Ruthen, Schuh ꝛc. nach dem verjüngten Maaßstab halten wird, als die Linie im großen hält.

Aufgabe.

§. 301. Die Breite eines Flusses mit der Winkelscheibe zu messen.

Auflösung.

Man bemerke mit der Winkelscheibe aus A den Gegenstand B Fig. 78. Tab. V. welcher sich noch jenseits des Flusses befindet, und stecke sich aus A den rechten Winkel DAB ab. Alsdenn geht man mit der Winkelscheibe auf der abgesteckten Linie AD gegen D zurück, bis der Schnitt a b, welcher in der Scheibe den halbrechten Winkel macht, genau gegen B, der andere aber beständig gegen A gerichtet ist und auf der ausgesteckten Linie AD liege, so wird die Linie AC so groß als die Linie AB seyn, folglich darf man alsdenn nur die Linie AC messen, wenn man die Breite des Flusses bestimmen will.

Anmerkung. Diese Aufgabe gründet sich auf den Satz: die 3 Winkel eines Dreyecks sind = 2 Rechte. Nun ist der Winkel bey A 1 Rechter und der bey C ein halbrechter, mithin auch Winkel bey B ein halbrechter, daher das Dreyeck gleichschenklicht, folglich AC = AB.

Man kann diese Aufgabe auch noch auf eine andere Art durch eine leichte Rechnung finden.

§. 302. Man stellt das Meßtischlein in A Fig. 59. und macht daselbst einen rechten Win-

Winkel, welches am besten durch die Quer-Diameter auf dem Tischbrett B geschehen kann, und steckt in C einen Stab. Hierauf mißt man die Standlinie AC, ferner richtet man auf der Linie AC den Perpendikel a b auf, und läßt sich auf dieser Perpendikularlinie einen Stab ausstecken, welcher genau in einer geraden Linie mit BC seyn muß, und mißt die Linie a C und a b, so verhält sich

$$aC : AC = ab : AB.$$

Es sey die angenommene Standlinie AC = 24° die Linie a C = 8° und die Perpendikularlinie = 4° so ist nach voriger Proportion die Rechnung in Zahlen:

$$8° : 24° = 4 : x$$

4

8 in 96

12 Ruthen.

Oder nach dem Reesischen Satz:

x Ruthen.	24° Grundlinie AB
8° | a C	4 ab

Facit 12 Ruthen.

Anmerkung. Würde man in A keinen rechten Winkel wegen einigen Hindernissen machen können, so müßte man zwar eben so verfahren, wie gegenwärtig gezeigt worden, nur müßte in a eben ein solcher Winkel gemacht werden, wie in A.

Eine Weite zu messen, zu deren keinem Endpunkten man kommen kann.

§. 303. Es sey die Weite DC Fig. 60. jenseits eines Flusses zu messen, man kann aber nicht darzu kommen, sondern sie nur sehen. Man wählt hier in A und B beliebige Punkte, aus welchen man die Endpunkte DC der gegebenen Weite gut sehen kann; stellt das Meßtischlein in A, und läßt sich in B einen Stab ausstecken; alsdenn richtet man das Dioptern-Linial nach C, nach D und B, und zieht auf dem Meßtischlein die Linien ac, ad und ab. Wenn dieses geschehen, so mißt man die angenommene Standlinie AB, und trägt ihr verjüngtes Maaß aus a in b. Hierauf nimmt man das Meßtischlein, trägt es in B, indessen aber hat man in den Ort A einen Stab stecken müssen, richtet es also, daß der Punkt b genau auf dem Punkt B falle, und die Linie ab genau nach A gerichtet sey: in diesem Stand des Meßtischleins richtet man das Dioptern-Linial nach D und nach C, zieht die Linien bc und bd auf dem Meßtischlen, so durchschneiden sie einander in c und in d; wenn man alsdenn von c gegen d eine Linie cd ziehet, so kann man sie nach dem verjüngten Maaßstab messen, welche alsdenn eben so viel nach dem verjüngten Maaßstab halten wird, als die Linie DC im großen hält. Man wird aber leicht einsehen, daß man in bisherigen und auch noch in folgenden Fällen eine behutsame

R Ak-

Akkurateſſe beobachten müſſe, weil es hier auf die Aehnlichkeit der Figuren ankommt, und ein kleiner Fehler, der auf dem Meßtiſchlein kaum die halbe Breite eines Punkts ausmacht, in einer Weite von 60 Ruthen, ſchon $\frac{1}{2}$ bis eine ganze Ruthe beträgt. Z. E. die Linie AB Fig. 61. ſey gemeſſen worden, und für das wahre Maaß hätte man gefunden 84°, ſo ſoll man finden, wie groß der Fehler ſey, wenn in der Ausmeſſung und Ausziehung der Linie ab um $\frac{1}{10}$ eines Zolles gefehlt worden. Wenn AC = 60°, aC = 5″ und ab = 4″, ſo iſt das wahre Maaß der Linie AB 48°.

Wenn daher der Fehler an der Linie ab = 1‴ beträgt, ſo iſt

$$50''' : 60000''' = 41 : x$$

alſo x = 49° 2′.

Oder nach dem Reeſiſchen Satz:

x	41‴
50‴	60000‴

49° 2′

Das wahre Maaß von dieſem hier gefundenen abgezogen

$$\begin{array}{l} 49^\circ\, 2' \\ \underline{48^\circ\, 0'} \end{array}$$

bleiben 1° 2′ man würde alſo, wenn man um $\frac{1}{10}$ eines Zolles auf der Linie ab gefehlt hätte, in einen Fehler verfallen, der auf der Linie AB

ſchon

schon 1°2′ ausmacht. Man wird leicht einsehen, daß je größer die Linie AB ist, je größer auch der Fehler werden könne.

Eine Weite CD Fig. 62. aus einem einzigen Stand, durch das Meßtischlein, ohne daß es verrükt werden dörfe, zu finden.

§. 304. Es sey zu messen die Weite CD, die man nur siehet, ohne daß man zu C noch D kommen könnte. Man setze das Meßtischlein in A und nehme AB zur Standlinie, welche man bequem messen kann, und suche zuerst die Linie AC, welches geschiehet, wenn man in E und B Stäbe in gerader Linie mit C einsteckt, so daß CEB in gerader Linie liege; hierauf richtet man auf dem Meßtischlein das Dioptern-Linial nach C, E und B, und zieht die Linien Ac, Ae und Ab, hierauf mißt man die Linie AB und AE, und trägt ihr verjüngtes Maaß, jenes aus A gegen b, und dieses aus A gegen e; wenn man alsdenn von b gegen c durch den Punkt e eine Linie zieht, so ist der Triangel Aeb dem Triangel AEB ähnlich; eben so ist alsdenn auch der Triangel Ace dem Triangel ACE ähnlich, und es verhält sich Ae : AE = Ac : AC, folglich läßt sich alsdann die Linie AC bestimmen, denn so viel die Linie Ac, welche man mit dem verjüngten Maaß messen kann, nach dem verjüngten Maaßstab beträget, so viel beträgt auch die Linie AC im wirklichen. Ferner sucht

man mit unverrücktem Meßtischlen aus eben dem Punkt A die Weite CD, zu welchem Ende man nur zwischen den Punkten DB einen Stab F einstecken muß, der mit D und B in einer geraden Linie liege; hernach zieht man von A gegen F die Linie Af, und mißt die Linie AF, und trägt ihr verjüngtes Maaß aus A gegen f, wenn man alsdenn von b gegen f, desgleichen von A gegen d die Linien bd und Ad zieht, so schneiden sie einander in d. Nun kann alsdenn von dem Punkt c gegen d eine Linie cd gezogen werden, welche nach dem verjüngten Maaßstab eben so viel halten wird, als die Linie CD im großen, denn es verhält sich: Ac : cd = AC : CD.

§. 305.

Von Messung der Höhen.

Wir haben bisher diejenige Linien und Weiten auf der Erden, zu welchen man theils kommen, theils nicht kommen konnte, auszumessen gelernt; da es aber auch Fälle giebt, daß Linien, die aufrecht stehen, worunter die Höhe eines Thurms, Baums zu zählen, auszumessen vorkommen können, so wird nun auch gezeigt, wie hier der Meßtisch samt dem Dioptern-Linial mit Vortheil könne genutzt und angebracht werden.

Eine Höhe zu messen, zu deren untern Fuß man kommen und messen kann.

§. 306. Es sey zu messen die Höhe DC Fig. 56. Man stelle das Meßtischlen an einen beliebigen aber schicklichen Ort, so viel als möglich waagrecht, und hänge das oben erwähnte Senkelbley in den untern Zapfen ein; hierauf stelle man das Dioptern-Linial darauf, richte sodann dasselbe vermittelst des Gewindes so, bis man die Spitze des Thurms durch die Dioptern genau siehet: hierauf sehe man auf dem angebrachten Gradbogen, wie viel von o an gezählt der Senkel Grade abschneidet; diesen Winkel CAB trage man vermittelst eines Transporteurs auf das Papier, wie cab Fig. 56. β. Ferner messe man die Linie ED, und trage ihr verjüngtes Maaß aus a gegen b, aus b errichtet man eine Perpendikular-Linie bc, (weil vorausgesetzt wird, die Linie BC oder der Thurm sey perpendikular,) und verlängert sie, bis solche die Linie ab irgengwo schneidet in c, so hält die Linie bc nach dem verjüngten Maaß so viel als die Höhe BC im wirklichen. Weil aber die Höhe BD, als die Höhe des Meßtischleins, nicht darzu gemessen worden, so muß diese Höhe noch zur Höhe BC addirt werden, da man alsdenn die ganze Höhe des Thurms erhält.

Eine Höhe BC Fig. 63. nur mit 2 Stäben von bekannter Länge zu messen.

§. 307. Man steckt sich in einen beliebigen Punkt E einen Stab ED senkrecht in die Erde ein, mit einem andern Stab AF, der 2 bis 3 Schuh kürzer ist, gehet man auf der Linie AE zurück, bis man über seine Höhe F und des andern Höhe D die Höhe C des Thurms in gerader Linie siehet, und steckt ihn gleichfalls senkrecht ein. Hierauf mißt man die Weite AE und die Weite von A bis zum Grund des Thurms B und spricht: wie sich verhält AE zur Länge GD, um wie viel nemlich ED größer als AF, so verhält sich auch die Grundlinie AB zur gesuchten Höhe des Thurms. Zum Beyspiel:

Es sey die Höhe des kleinen Stabs AF = 4′
des größeren DF = 6,
folglich um 2′ größer als AF.
Die Weite von A bis E = 30, die ganze Grundlinie AB aber = 54°;
so spricht man: 3° geben 2′, was geben 54°?

Oder nach dem Reesischen Saß:

x′	54°
3°	2′

Fac. 36′ Höhe HC.

Darzu muß aber noch die Höhe AF des ersten Stabs oder die Höhe HB addirt werden, so erhält man die Höhe des Thurms 36′ + 4′ = 40 Schuh.

§. 308. Eben diese Aufgabe kann man auch auflösen, wenn man bey Sonnenschein einen Stab einsteckt, dessen Länge bekannt ist, und sodann die Länge des Schattens, den der Stab wirft, abmißt, und auch den Schatten des Thurms oder Baums, dessen Höhe gemessen werden soll. So kann man hier sprechen: der Schatten des Stabs verhält sich zu der Länge des Stabs wie der Schatten des Thurms zur Höhe des Thurms. Zum Beyspiel:

Es sey die Länge eines Stabs = 5′, die Länge seines Schattens = 4′, die Länge des Schattens vom Thurm = 120′; so spricht man: 4 Schuh Schatten geben 5 Schuh Höhe, was geben 120 Schuh Schatten?

Nach dem Reesischen Satz aber:

x′ Höhe	120′ Schuh Schatten
4′ Schatten	5′ Höhe

Facit: 150 Schuh.

Anmerkung. Man wird leicht begreifen, daß man die Beobachtung auf einerley Ort, und zu einerley Stunde des Tags anstellen müsse, weil die Sonne nicht immer gleich hoch ist, folglich die Körper nicht einerley Schatten werfen können.

Eine Höhe zu messen, zu deren unteren Fuß man nicht kommen, sondern eine Standlinie annehmen muß.

§. 309. Man wähle zwey beliebige Standpunkte, z. E. A und B Fig. 64. deren Weite von einander bekannt seyn muß, und messe vermittelst des Meßtischleins und Dioptern-Linials, wie bis daher gezeigt worden, den Winkel DAC, und trage denselben vermittelst des Transporteurs auf das Papier, wie dac. Fig. 64. β. ferner mißt man die angenommene Standlinie, und trägt ihr verjüngtes Maaß aus a gegen b. Hierauf trägt man das Meßtischlein in B, und mißt den Winkel DBC, und trägt ihn ebenfalls auf das Papier auf die Linie ac in b, so verursacht die Linie bd, wenn sie verlängert wird, eine Durchkreuzung in d, aus welcher man alsdenn eine Perpendikular-Linie de fällen, und dieselbe mit dem verjüngten Maaßstab messen kann, und welche nach dem verjüngten Maaßstab eben so viel halten wird, als die zu messende Höhe DC im wirklichen Maaß.

§. 310. Man hat noch eine Menge Verfahrungsarten, wodurch die bisherige und noch unzählig viel andere Aufgaben können aufgelöset werden, theils sind sie zu weitläuftig, theils mehr curios als brauchbar, und weil wir ohnehin uns meistens auf die Anwendung des Meßtisches einschränken, so werden sie hier mit Vorsatz übergangen, und weil ferner dergleichen Aufgaben

gaben durch trigonometrische Rechnungen am sichersten aufgelöset werden, worein wir uns auch hier nicht einlassen können, so muß auch dieses übergangen werden, daher wir sogleich zum Aufnehmen der Gegenden und Flächen übergehen.

§. 311.

Vom Aufnehmen der Gegenden.

Ein Feld, Gut oder Markung aufzunehmen oder in Riß zu bringen, heißt: dasselbe so auf das Papier zeichnen, daß die Figur auf dem Papier und die Figur im Feld einander ähnlich seyen. Eine solche Aufnehmung kann auf dreyerley Art geschehen. 1) Entweder kann man ganz auf dem Gut, welches aufzunehmen ist, herumgehen; oder 2) kann man nur um die Gränze des Guts herum laufen, wie z. E. um einen See; oder kann man 3) das Gut nur aus zwey Ständen übersehen.

Ein Feld in Grund zu legen, in welchem man ganz herum gehen kann.

§. 312. Man solle das Stück Feld ABDEF Fig. 65. mit dem Meßtischlein in Grund legen. Man wähle sich ungefähr in der Mitte des Feldes einen schicklichen Ort, aus welchem man die ausgesteckte Pfäle ABDEF gut sehen kann, und stelle daselbst das Meßtischlein z. E. in C. Nun wird das Dioptern-Linial auf das

das Meßtischlein gestellt, und aus dem Punkt C nach allen ausgesteckten Pfälen gesehen, so kann man auf dem Meßtischlein die Linien aus C ac, bc, dc, ec, fc ziehen. Hierauf mißt man von C, wo der Senkel auf der Erde hinfällt, alle Linien AC, CD, CE, EF, trägt das verjüngte Maaß dieser Linien auf das Meßtischlein aus c gegen a, gegen b, gegen d, gegen e und gegen f, so ergeben sich die Punkte a, b, d, e, f. Wenn man alsdenn diese Punkte durch die Linien ab, bd, dc und ef verbindet, so entsteht die kleine Figur a b d e f, welche der großen Figur ABDEF ähnlich ist.

Ein Feld ohne Meßtischlein, sondern nur mit der Meßscheibe und Meßstange in Grund zu legen.

§. 313. Es sey das Stück Gut ABCDEF Fig. 29. Tab. 2. in Grund zu legen, so umgeht man erstlich das Stück Feld, steckt in alle Ecke Pfäle, und zeichnet die Figur nur ungefähr in die Schreibtafel. Hierauf richtet man auf der Linie AB die Perpendikular-Linien GE, HD und IC auf, und steckt in GHI Pfäle, alsdenn mißt man die Linien, AG, GH, HI, IB, jede besonders, und schreibt ihr Maaß in die ungefähre Figur, z. E. die Linie AG hält 12°, GH 4° u. f. Eben so werden die Perpendikel AF, GE, HD, IC gemessen, und ihr Maaß darzu geschrieben. So kann man alsdenn zu Hause die Figur auf das Papier zeichnen, da man nemlich die Linie AB ziehet, und nach dem ver-

verjüngten Maaßstab die Linien AG, GH, HI, IB, desgleichen die Perpendikel AF, GE, HD, IC aufträgt, so ergiebt sich die Figur auf dem Papier im kleinern, wie sie im größern ist.

Auf die nemliche Verfahrungsart kann man jede andere Figur in Grund legen, sollte aber die Grundlinie, auf welche die Perpendikel aufgerichtet werden, nicht so schicklich seyn wie AB, so darf man nur eine schickliche Linie mitten durch das Feld ziehen, wie AK Fig. 30. Tab. II. und Perpendikel aufrichten, so viel man nöthig hat, wie HF, IE, MD, und LC, GB.

Den Grundriß eines Sees aufzunehmen, um welchen man nur gehen kann.

§. 314. Es sey in Riß zu bringen der See ABCD Fig. 66. Man stellet den Meßtisch in B, richtet das Dioptern-Linial nach denen in A und C ausgesteckten Stäben, und zieht auf dem Meßtischlein die Linien ab und bc. Hierauf mißt man die Linie BC, und trägt ihr verjüngtes Maaß aus b nach c, alsdenn nimmt man das Meßtischlein und trägt es auf das Ende C, richtet den Punkt c auf dem Meßtischlein vermittelst des Senkels genau auf C, und dreht solches so lange, bis die Linie bc genau auf BC liegt; siehet sodann nach dem in D ausgesteckten Stab durch die Dioptern, und ziehet die Linie cd. Eben so trägt man das Meßtischlein in D, und mißt die Linie CD, und

trägt

trägt ihr verjüngtes Maaß aus c gegen d; wenn man alsdenn in D verfährt, wie in B und C, so ergiebt sich endlich die Figur von selbsten.

Ein Stück Gut in Grund zu legen, welches man nur aus zwei Ständen A und B übersehen kann.
Fig. 67.

§. 315. Man setze das Meßtischlein in A, visiret mit dem Dioptern-Linial nach allen entgegen stehenden Winkeln, und zieht die Linien ab, ae, ad, ac. Hierauf mißt man die Linie AB, und trägt ihr verjüngtes Maaß auf das Meßtischlein aus a gegen b. Alsdenn trägt man den Meßtisch in B, und richtet den Punkt b mit dem Senkel genau auf B, und die Linie ab genau auf AB. Nach dieser Vorrichtung visiret man nach allen ausgesteckten Stäben C, D, E, und zieht die Linien bc, bd und be, so ergeben sich die Durchkreuzungs-Punkte c, d, e, durch welche, wenn sie mit Linien zusammen gezogen werden, die Figur in Grund gelegt darstellet.

§. 316. Man wird leicht einsehen, daß man ein Feld auch vermittelst des Bretts B, worauf der Halbzirkel gezeichnet worden, oder des Astrolabii in Grund legen könne: wenn man nemlich die Winkel in Graden mißt, sie ordentlich aufschreibt, die Linien ausmißt, und sodann ihr verjüngtes Maaß samt den Winkeln auf das Papier trägt, und die Figur aufzeichnet.

Uebri-

Uebrigens versteht sich das, was in §. 311. bis §. 315. von dem Aufnehmen der Gegenden gesagt worden, nur von kleinen Distrikten. Es soll nur zur Entwiklung der Begriffe von grösseren Vermessungen dienen; zu gar großen Vermessungen diese Vorschriften zu gebrauchen, sind sie zu unvollständig. Ein Feldmesser der sich vornehmen wollte diese Aufgaben auf einen Distrikt von mehreren Stunden im Umfang anzuwenden, würde damit, dem Ganzen so viel abgewinnen, als eine Maus einem eisernen Speidel.

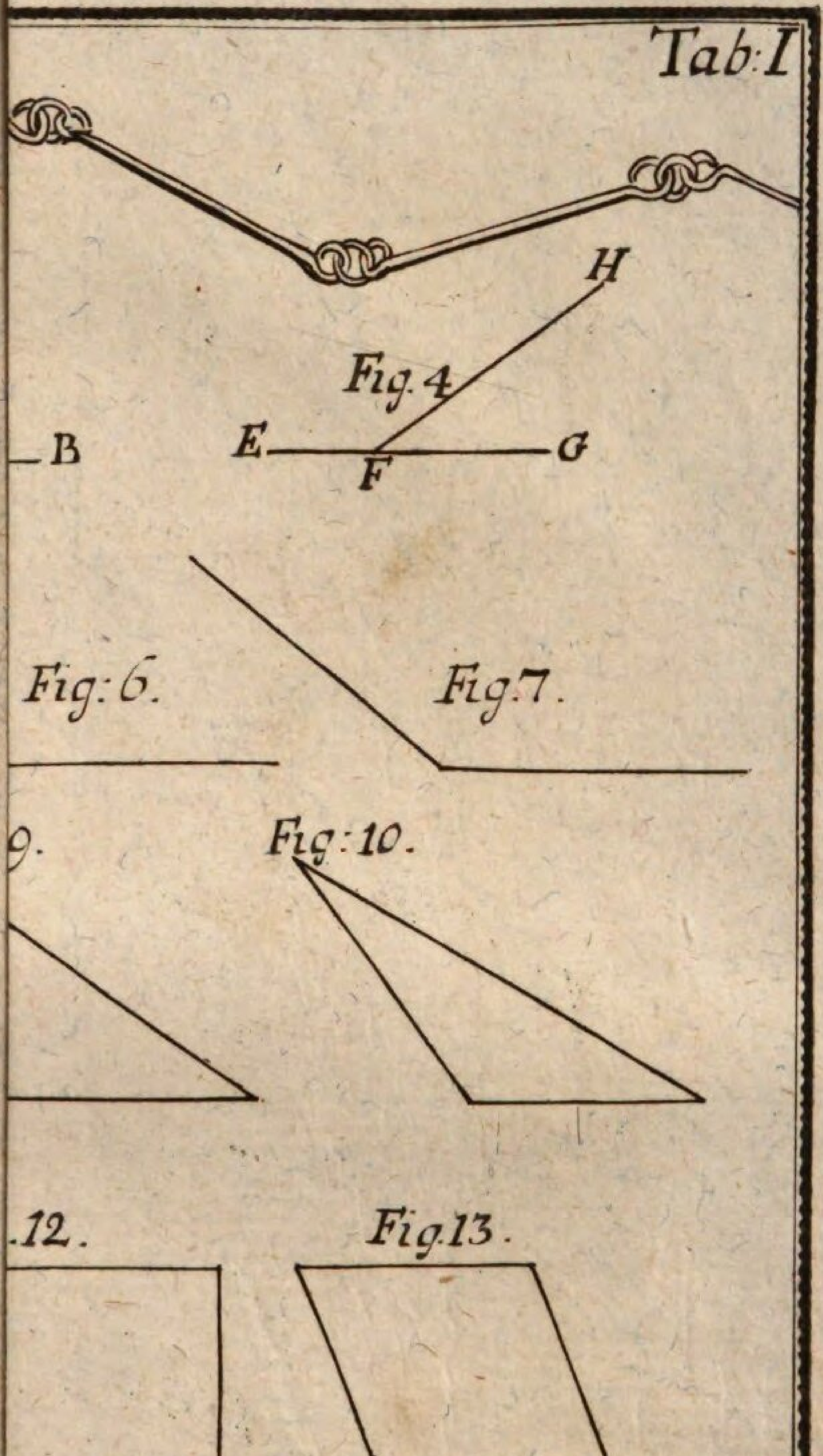
§. 317. Oefters ist nöthig, daß wenn viele Felder besonders gemessen worden, aus solchen ein Generalriß von einer ganzen Markung ausgefertigt werden soll; so muß man in solchem Fall den Riß durch gewisse Linien in seine Gewandte und Zelgen abtheilen, und überall gezeichnet werden, ob es Wälder, Wiesen, Weinberge, Felder ꝛc. seyen. Was Gewandte sind, wird nicht viel Erklärens brauchen, weil sie ohnehin einem Feldmesser bekannt genug sind. Es sind nemlich gewisse Stück Felder, die alle zusammen einen Distrikt ausmachen, und einen gewissen Namen haben, und ein jedes Feld, welches einen andern Namen hat, ist auch ein anderes Gewandt, z. E. das eine heißt Neueäkern, ein anderes Waldäker, Thaläker, Hohewiesen ꝛc. Eine Zelg aber ist bey denen Feldern derjenige Theil, welcher ganz mit Winterfrucht angesäet,

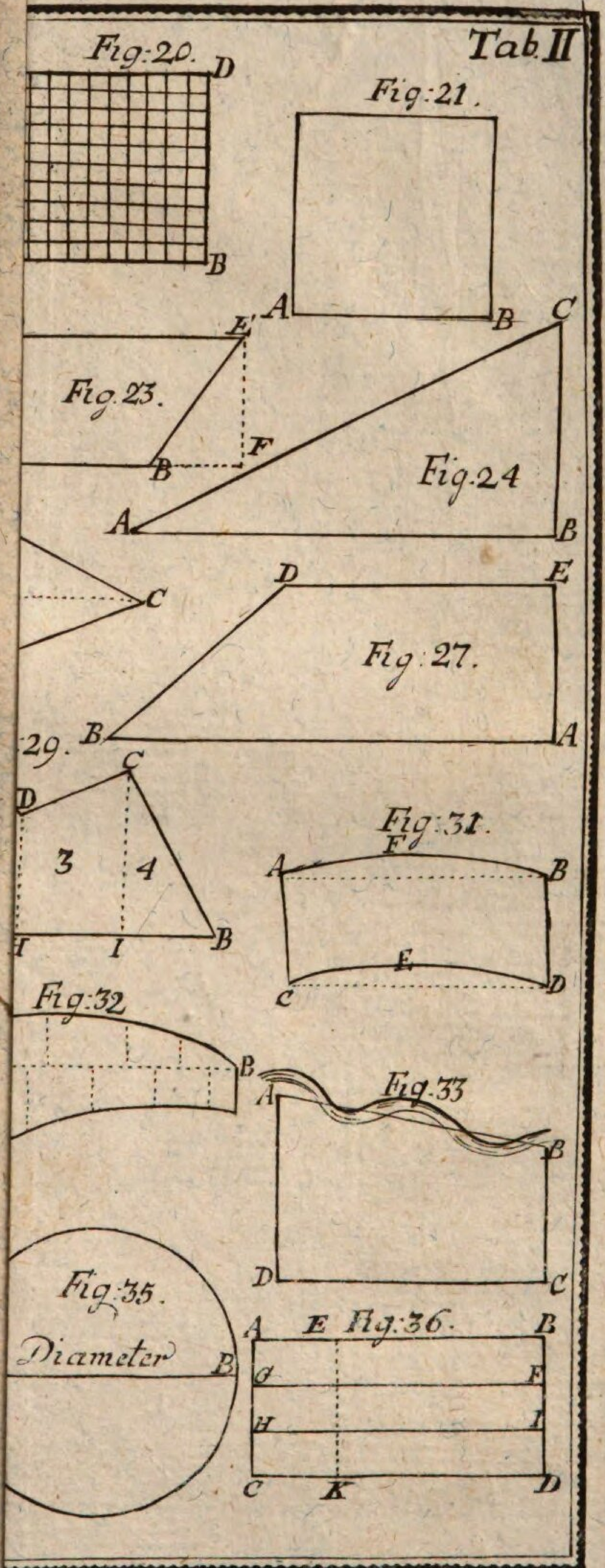
oder derjenige Theil, so ganz brach lieget, und über Sommer gebaut wird. Alles dieses bisherige wird mit ihren Namen in dem Riß bezeichnet. Ob es aber Felder, Wiesen, Wälder ꝛc. sind, werden mit Farben, die aber sehr dünne aufgetragen werden müssen, angezeigt; die Felder macht man gelb, die Wiesen grün, Wasser blaulicht, Häuser roth, die Wälder aber zeigt man an mit dick an einander stehenden Bäumen, und Pflanzgärten mit weit auseinander stehenden Bäumen, die Weinberge mit Pfälen, um welche Reben gewunden, die Berge aber mit gewissen Schattirungen. Es wird niemand mißfällig seyn, wenn auch eine kleine Anweisung von den Farben und deren Gebrauch gegeben wird. Die Linien werden mit Tusch gezogen, der mit Wasser in einem kleinen Gefäß abgerieben und angemacht ist, oder füllt man den Pinsel mit Wasser, und fährt damit auf dem Tuschtäfelein hin und her. Die gelbe Farbe erhält man von dem Gummigutt, und wird eben so angemacht wie der Tusch. Karmin giebt die rothe Farbe, und wird auch mit Wasser angemacht. Grünspan wird mit Essig angemacht, worzu auch etwas Weinstein-Salz genommen wird. Berlinerblau aber muß auf dem Reibstein mit Wasser abgerieben werden. Purpur-Farbe erhält man, wenn Karmin und Gummigutte mit einander vermischt wird. Strohfarbe erhält man aus der Mischung Purpur und Tusch, Blau und Gelb mit einander ver-

vermischt aber giebt grün. Es ist öfters auch nöthig, daß die vier Weltgegenden in den Riß getragen werden. Dieses geschiehet, wenn man die Magnetnadel auf eine Seite des Felds stellt, und den Winkel, den die Magnetnadel mit der Seite macht, bemerkt, alsdenn wird ein solcher Winkel, welcher Norden zeiget, ausgezogen. In den meisten Rissen aber wird ein kleiner Zirkel gezogen, worein eine Magnetnadel gezeichnet wird, deren Spitze genau gegen Norden stehet; man trift solche Zirkel mit Magnetnadeln in allen Landkarten an. Hat man aber keine Magnetnadel bey der Hand, so kann man die vier Weltgegenden finden, wenn man nur mit dem Ungefähren vorlieb nehmen will, auf folgende Art: Ein jeder wird wissen, wo ungefähr auf seinem Horizont die Sonne auf- oder untergehet: man stelle sich also so, daß man das Gesicht gegen dem Aufgang der Sonne wende, alsdenn hat man Ost oder Morgen vor sich, Süd oder Mittag auf der rechten Seite, Westen oder Abend auf dem Rücken, Norden oder Mitternacht auf der linken Seite. Auf eine andere Art aber kann man auch Norden finden, wenn man ein Bäumlein horizontal abschneidet, und wo alsdenn das Mark der Rinde am nächsten ist, daselbst ist Norden. Daß man auch den verjüngten Maaßstab auf jeden Riß zu tragen habe, nach welchem er gezeichnet worden, wird nicht zu erinnern seyn. Auch pflegt man, wenn eine ganze Markung oder Zelg aufgezeichnet

wor-

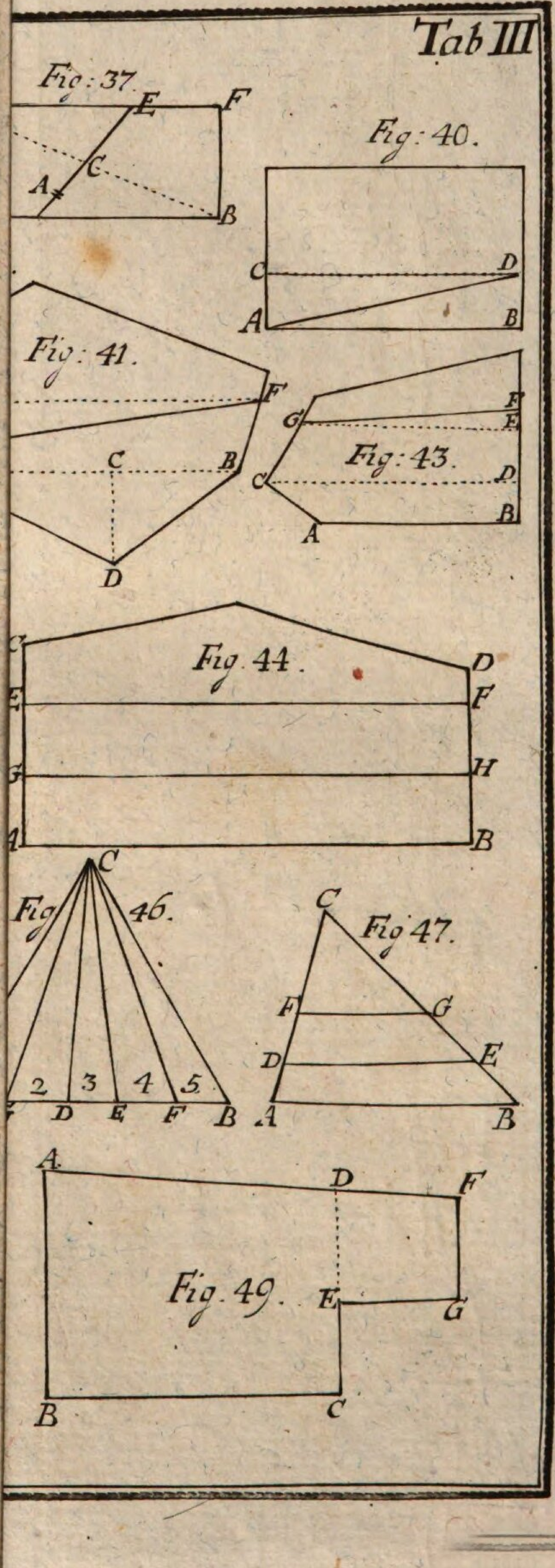
worden, in eine Einfassung, welche auf das Ende des Risses gezeichnet wird, zu schreiben, was es für eine Markung, Gut oder Zelg und dergleichen sey, eine solche Einfassung heißt man eine Kartusche (Cartouche), man verziert solche auf allerley Art, die Zierrathen aber werden hergenommen von den Dingen, die auf dem Gut wachsen, z. E. sind es Weinberge, so werden Traubenstöcke mit Pfälen u. dergl. gezeichnet. Auf allen Landkarten werden solche Kartuschen angetroffen.

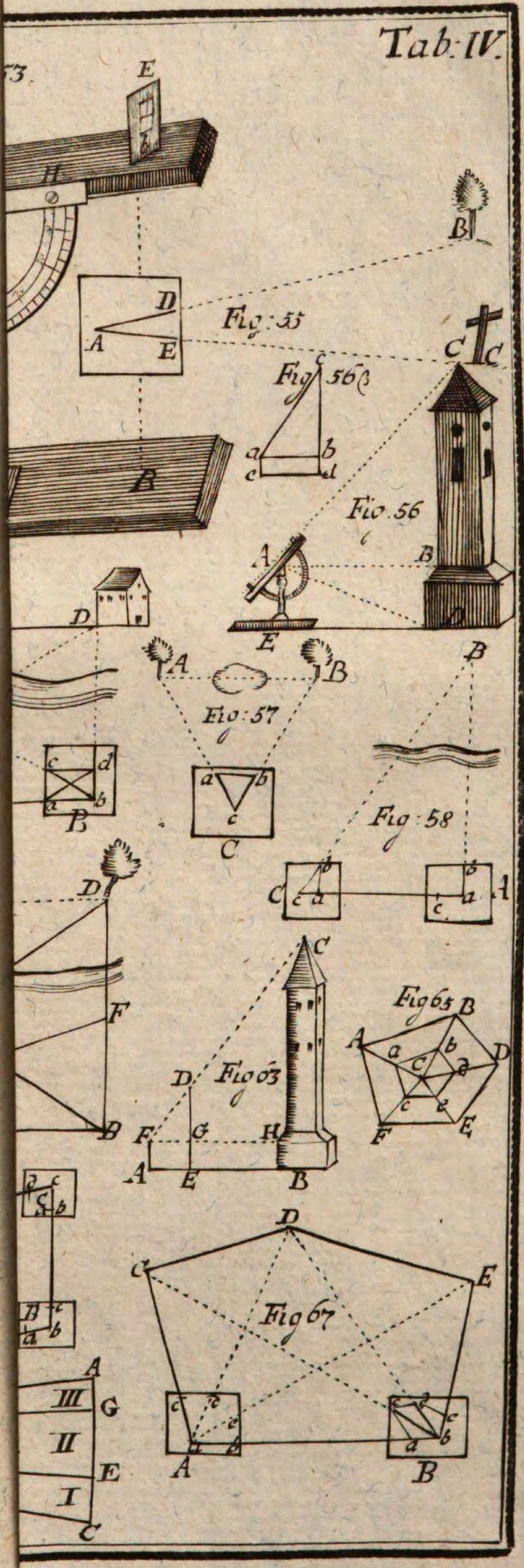

Tab:I
H
Fig.4
B
E
F
G
Fig:6.
Fig.7.
9.
Fig:10.
.12.
Fig.13.
Fig:14.
c
d
e
y
C
r
x
q
Fig:18.
G
H
I
B

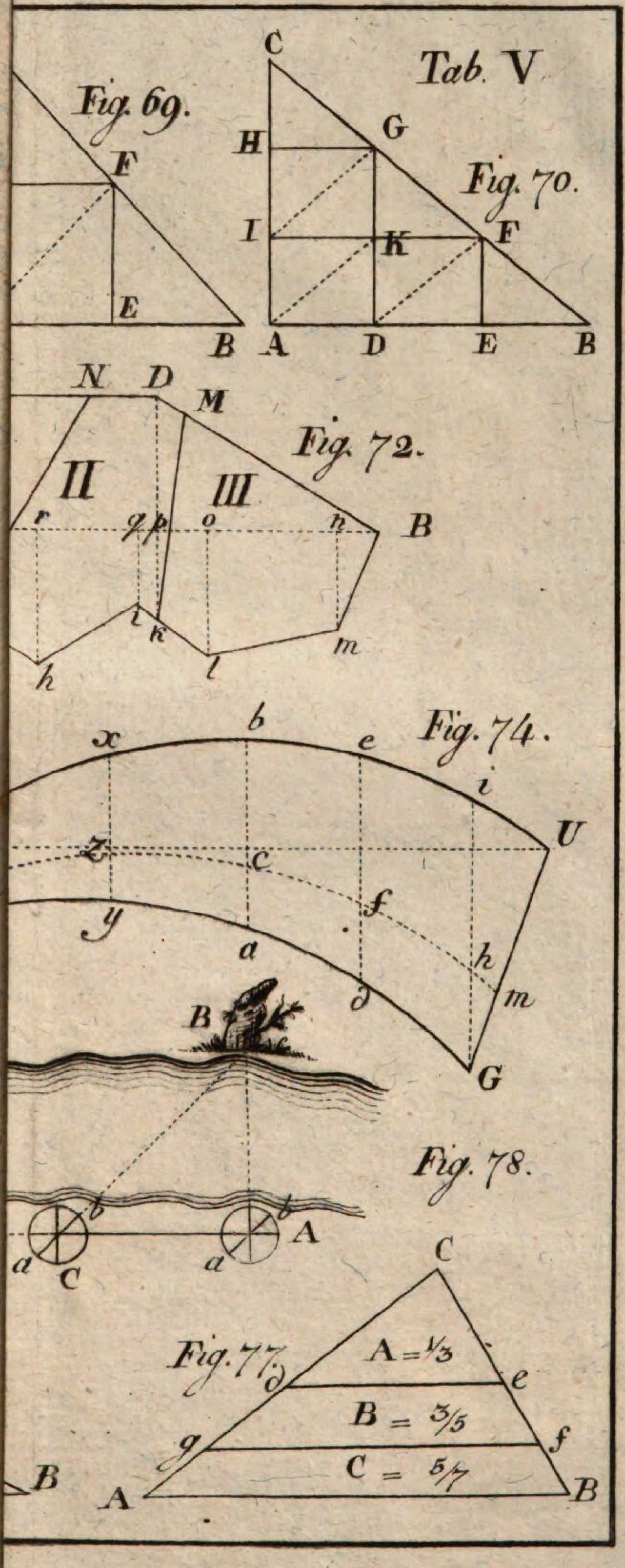


Tab. II
Fig: 20.
D
B
Fig: 21.
A
B
C
Fig. 23.
E
F
B
Fig. 24
A
B
C
D
E
Fig: 27.
29.
B
A
C
D
3
4
H
I
B
Fig: 31.
F
A
B
E
C
D
Fig: 32
B
Fig. 33
A
B
D
C
Fig: 35.
Diameter
B
A
E
Fig: 36.
B
G
F
H
I
C
K
D

Tab III




Tab: IV.
Fig: 55
Fig 56 β
Fig. 56
Fig: 57
Fig: 58
Fig 63
Fig 65
Fig 67


Tab. V
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 72.
Fig. 74.
Fig. 78.
Fig. 77.
A = 1/3
B = 3/5
C = 5/7

Math
~~Techn~~

Bôbel

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Böbel, Johann Georg,

Praktische Feldmesskunst für Land-Feldmesser, oder für diejenige, welche sich in der Feldmesskunst selbst unterrichten wollen Mit 5 Kupfertafeln

Tübingen 1809

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Math 74
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11267380-5